



**EXERCITANDO AS CAPACIDADES DE RACIOCINAR,  
CALCULAR E INTERPRETAR**

**60 QUESTÕES DO PISA DETALHADAMENTE EXPLICADAS E  
RESOLVIDAS**

**CHRISTIANE MAZUR DOI**

**2018**





*Christiane Mazur Doi é Doutora em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, Mestre em Ciências - Tecnologia Nuclear, Engenheira Química e Licenciada em Matemática, com Aperfeiçoamento em Tópicos de Estatística. Possui mais de 20 anos de experiência no Ensino Superior, ministrando disciplinas como Cálculo, Estatística, Física e Química e elaborando materiais instrucionais para diversos cursos de graduação. É autora de vários livros.*

## **APRESENTAÇÃO**

Olá, caros leitores!

Neste livro, para que vocês exercitem as capacidades de raciocinar, calcular e interpretar, são analisadas, de maneira didática e detalhada, questões do PISA (Programme for International Student Assessment), exame desenvolvido pela OCDE (Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico) e dirigido a alunos na faixa dos 15 anos, idade em que se termina a escolaridade básica na maioria dos países.

O PISA, que ocorre de 3 em 3 anos, visa a avaliar o letramento dos estudantes nas áreas de Leitura, Matemática e Ciências. Usa-se o termo letramento, pois essa prova não se baseia apenas em conteúdos curriculares, mas, também, em habilidades e competências relativas às análises e interpretações de enunciados contextualizados, ao uso do raciocínio lógico para a solução de problemas e à comunicação eficiente de ideias.

Com a intenção de aprimorar tais habilidades, foram selecionadas, neste texto, 60 questões do PISA, classificadas segundo os blocos a seguir.

- Execução de cálculos básicos (adição, subtração, multiplicação e divisão).
- Leitura e interpretação de gráficos e diagramas.
- Proposta, interpretação e aplicação de fórmula matemática.
- Caracterização e estabelecimento de relações matemáticas em figuras geométricas.
- Aplicação de regra para resolução de um problema.
- Uso de tópicos de probabilidade e de medidas de tendência central.
- Apresentação de análise crítica de informações.

Assim, nesta publicação, escrita em linguagem simples e direta, tópicos que envolvem Matemática, Ciências e Leitura são explicados com exemplos que focam em assuntos do dia a

dia, em assuntos que fazem parte das nossas vidas. Com isso, questões de exames internacionais, como as do PISA, deixam de parecer difíceis, complicadas e abstratas.

Cada um dos blocos apresenta uma introdução teórica abordada por meio de situações extraídas do cotidiano ou por meio de aplicações práticas de definições: os conceitos são desenvolvidos com base em casos próximos da nossa realidade. As questões são resolvidas de modo minucioso, como se houvesse uma conversa informal entre nós.

Além disso, no início de cada exercício, define-se o tema que será abordado, e, ao final de cada exercício, enfatiza-se o que foi necessário para sua resolução.

Boa leitura!

**Observação.** Os enunciados das questões do Pisa estudados neste trabalho, livremente disponibilizados na internet, foram traduzidos e adaptados dos endereços eletrônicos listados a seguir, acessados em 03.05.2018.

- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_reading.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_reading.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_financial.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_financial.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_math.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_math.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_math2012.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_math2012.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_reading.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_reading.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_science.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_science.pdf)>
- <<https://www.oecd.org/pisa/38709418.pdf>>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_solving.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_solving.pdf)>

## **ÍNDICE**

### **CAPÍTULO 1. Cálculos básicos: adição, subtração, multiplicação e divisão.**

QUESTÃO 1.1. Altura dos 14 degraus de uma escadaria.

QUESTÃO 1.2. Economia de recebimentos semanais para viagem de férias.

QUESTÃO 1.3. Receita de molho para salada.

QUESTÃO 1.4. Confeção de conjuntos de prateleiras.

QUESTÃO 1.5. Escolha de coberturas de pizzas.

QUESTÃO 1.6. Taxa de conversão cambial entre moedas de Singapura e da África do Sul.

QUESTÃO 1.7. Opções de peças para montagem de skate.

QUESTÃO 1.8. Consequências da tomada de empréstimo por longo período de tempo.

QUESTÃO 1.9. Inserção de vela de pipa ao navio NewWave para reduzir o consumo de diesel.

### **CAPÍTULO 2. Leitura e interpretação de gráficos e diagramas.**

QUESTÃO 2.1. Variação dos preços de uma ação da empresa Rich Rock.

QUESTÃO 2.2. Vendas mensais de CDs das bandas 4U2Rock, The Kicking Kangaroos, One's Darling e The Metalfolkies.

QUESTÃO 2.3. Alturas médias de mulheres e de homens jovens na Holanda em 1998.

QUESTÃO 2.4. Declaração de repórter e correta análise de gráfico sobre roubos ocorridos em 1998 e em 1999.

QUESTÃO 2.5. Diagrama em árvore sobre a estrutura da força de trabalho em um país em 1995.

QUESTÃO 2.6. Aumento de emissões de dióxido de carbono e aumento da temperatura da atmosfera terrestre.

QUESTÃO 2.7. Exportações de Zedland, país que usa zeds como moeda, de 1996 a 2000.

QUESTÃO 2.8. Comparação entre trajetos de ida e de volta de passeio de carro em que ocorre acidente envolvendo um gato.

QUESTÃO 2.9. Pontuações de dois grupos de estudantes em teste de ciências.

QUESTÃO 2.10. Variações nos níveis do lago Chade e arte rupestre no Saara.

QUESTÃO 2.11. Tempos de decomposição de alguns tipos de lixo.

### **CAPÍTULO 3. Proposta, interpretação e aplicação de fórmula matemática.**

QUESTÃO 3.1. Administração de medicamento por gotejamento intravenoso.

QUESTÃO 3.2. Relação entre o número de passos por minuto e o comprimento do passo de um homem caminhando.

QUESTÃO 3.3. Sistema de pontuação para classificação de carros.

QUESTÃO 3.4. Cultivo de maçãs em canteiro cercado por coníferas.

#### **CAPÍTULO 4. Identificação de características e relações matemáticas em figuras geométricas.**

QUESTÃO 4.1. Identificação de figura geométrica a partir de uma descrição.

QUESTÃO 4.2. Casa de fazenda com teto em forma piramidal.

QUESTÃO 4.3. Cerca de madeira para um canteiro de jardim.

QUESTÃO 4.4. Cálculo aproximado da área da Antártica.

QUESTÃO 4.5. Proposta de anexar velas a navio e usar a força do vento para ajudar a reduzir o consumo de diesel.

QUESTÃO 4.6. Porta giratória com três asas que rodam em um espaço circular.

QUESTÃO 4.7. Estimativa de área de apartamento por meio de planta.

QUESTÃO 4.8. Comparação de preços de pizza pequena e de pizza grande.

#### **CAPÍTULO 5. Aplicação de regra para resolução de um problema.**

QUESTÃO 5.1. Números em faces de seis dados.

QUESTÃO 5.2. Construção de dado seguindo a regra de "soma 7 em faces opostas".

QUESTÃO 5.3. Instruções para se fazer um folheto de 8 páginas.

QUESTÃO 5.4. Números de faces de uma torre que podem ser vistas de determinadas posições.

QUESTÃO 5.5. Construção de padrões de estágios com quadrados.

QUESTÃO 5.6. Ferramenta para construção de gráficos em computador.

#### **CAPÍTULO 6. Uso de probabilidade e de medidas de tendência central.**

QUESTÃO 6.1. Sorteio de uma bala colorida contida em uma sacola cheia de balas.

QUESTÃO 6.2. Probabilidade de acontecimento de um terremoto.

QUESTÃO 6.3. Previsão de ocorrência de chuva.

QUESTÃO 6.4. Média de Mei Ling em cinco testes de ciências.

QUESTÃO 6.5. Altura média de 25 garotas de uma sala de aula.

QUESTÃO 6.6. Pesquisas de apoio ao presidente para a próxima eleição.

#### **CAPÍTULO 7. Análise crítica de informações.**

QUESTÃO 7.1. Reconhecimento de tarefas prioritárias de acordo com o orçamento.

QUESTÃO 7.2. Identificação de depósito bancário relativo a pagamento de salário mensal.

QUESTÃO 7.3. Avaliação de fatores que influem no preço de um seguro de motocicleta.

QUESTÃO 7.4. Imunização contra a gripe na empresa ACOL.

QUESTÃO 7.5. Uso de telefones celulares e possíveis danos à saúde.

QUESTÃO 7.6. Vantagens e desvantagens do teletrabalho.

QUESTÃO 7.7. Semmelweis e morte de mulheres ao dar à luz por febre puerperal.

QUESTÃO 7.8. Esgotamento da camada de ozônio.

QUESTÃO 7.9. Culturas de milho geneticamente modificado (GM).

QUESTÃO 7.10. Parque Nacional do Grand Canyon, nos EUA.

QUESTÃO 7.11. Ação da chuva ácida sobre o mármore.

QUESTÃO 7.12. Benefícios do exercício físico regular e moderado.

QUESTÃO 7.13. Nível de proteção de solar de um produto fotoprotetor.

QUESTÃO 7.14. História e indicação de vacinação.

QUESTÃO 7.15. Roupas inteligentes para crianças com deficiência de fala.

QUESTÃO 7.16. Calçados especialmente destinados a esportistas.

## **CAPÍTULO 8. Indicações bibliográficas e links consultados.**

## CAPÍTULO 1. Cálculos básicos: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Quando recordamos o início da nossa aprendizagem em matemática, logo lembramos as operações aritméticas básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Com a aritmética, palavra de origem grega que significa "a arte dos números", podemos resolver vários problemas, como o apresentado a seguir.

**Exemplo. A papelaria "Folha Verde" vende, além de outros, os itens da tabela a seguir, cujos preços unitários estão dados em uma moeda fictícia chamada de zed.**

Item		Preço por unidade
Caderno		30 zeds
Lapiseira		16 zeds
Borracha		5 zeds

**Imagine que Josie leve uma nota de 100 zeds à papelaria "Folha Verde" e, com ela, compre uma unidade de cada item da tabela. Qual será o troco recebido por Josie?**

Para calcularmos o gasto de Josie na compra de uma unidade de cada item da tabela, usamos a **adição**, pois precisamos somar os preços do caderno (30 zeds), da lapiseira (16 zeds) e da borracha (5 zeds), conforme segue.

Gasto de Josie = Preço do caderno + Preço da lapiseira + Preço da borracha

Gasto de Josie =  $30 + 16 + 5$

Gasto de Josie = 51 zeds



Para calcularmos o troco de Josie, usamos a **subtração**, pois precisamos “retirar” os 51 zeds efetivamente gastos dos 100 zeds usados para pagar a conta, conforme segue.

Troco de Josie = Valor da cédula usada para pagar – Gasto da Josie

$$\text{Troco de Josie} = 100 - 51$$

$$\text{Troco de Josie} = 49 \text{ zeds}$$

**Alan também foi à papelaria “Folha Verde” e lá comprou 2 cadernos e 3 borrachas. Quanto Alan gastou?**

Para calcularmos o gasto de Alan na compra de 2 cadernos e 3 borrachas, usamos a **multiplicação** (para fazermos o produto da quantidade comprada de determinado item pelo preço do item) e a **adição** (para fazermos a soma de todos os produtos da quantidade comprada de determinado item pelo seu preço), conforme segue.

$$\text{Gasto de Alan} = (\text{Qtdd cadernos}) \cdot (\text{Preço do caderno}) + (\text{Qtdd borrachas}) \cdot (\text{Preço da borracha})$$

$$\text{Gasto de Alan} = 2 \cdot 30 + 3 \cdot 5 = 60 + 15$$

$$\text{Gasto de Alan} = 75 \text{ zeds}$$

**Qual foi o gasto médio de Alan por item comprado?**

Para calcularmos o gasto médio de Alan por item comprado, usamos a **divisão**, pois precisamos dividir o gasto total de Alan (75 zeds) pelo número total de itens comprados (5, que é o resultado da soma de 2 cadernos e 3 borrachas), conforme segue.

$$\text{Gasto médio de Alan} = \frac{\text{Gasto de Alan}}{\text{N}^\circ \text{ total de itens comprados}}$$

$$\text{Gasto médio de Alan} = \frac{75}{5}$$

$$\text{Gasto médio de Alan} = 15 \text{ zeds / item}$$

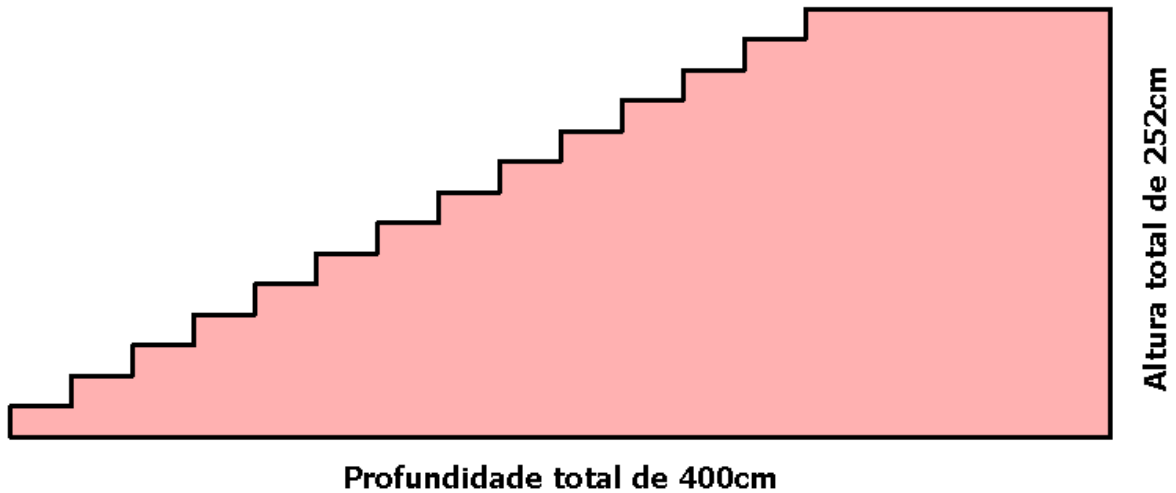
Isso significa que, **se** todos os 5 itens comprados por Alan tivessem o mesmo preço, cada um custaria 15 zeds.

A situação estudada é útil na resolução das questões 1.1 a 1.9, extraídas do Pisa e traduzidas com algumas adaptações.

### QUESTÃO 1.1.

#### Tema. Altura dos 14 degraus de uma escadaria.

**Questão 1.1 (Pisa).** A figura a seguir ilustra uma escadaria com 14 degraus e altura total de 252cm.

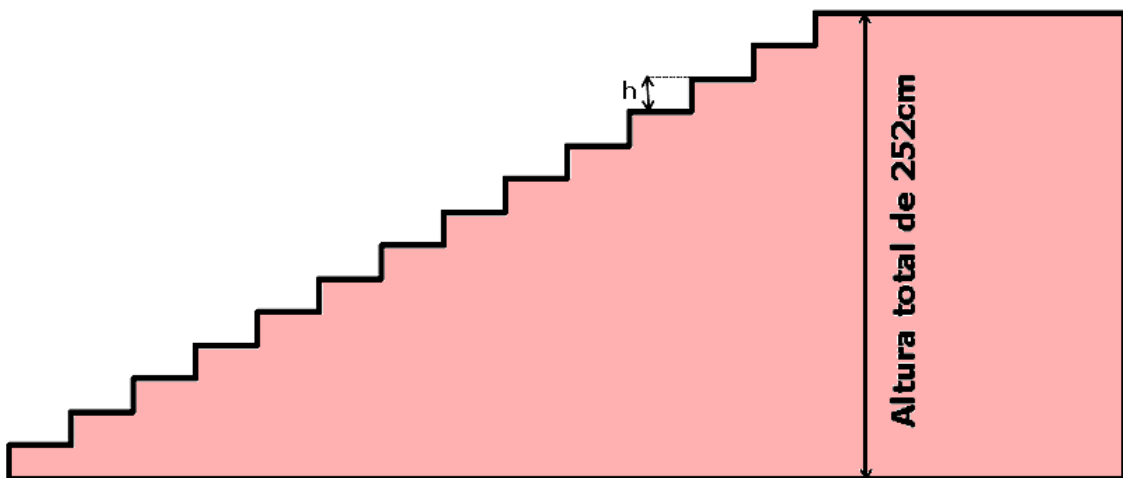


Qual é a altura de cada um dos 14 degraus da escadaria?

#### Resolução da questão 1.1.

Assumiremos que todos os degraus da escadaria tenham a mesma altura.

Vamos chamar de  $h$  a altura de cada um dos 14 degraus da escadaria de altura total igual a 252cm, conforme indicado na figura a seguir.



Pela figura, vemos que:

$$h + h + h + h + h + h + h + h + h + h + h + h + h + h = 252$$

$$14 \cdot h = 252$$

$$h = \frac{252}{14} \rightarrow h = 18$$

Concluimos que cada degrau tem altura igual a 18cm.

### **Comentários sobre a resolução da questão 1.1.**

Para resolver à questão 1.1, o estudante deve:

- ✓ fazer a hipótese de que todos os degraus tenham a mesma altura, o que é bastante plausível, pois, em geral, é assim que são feitas escadarias semelhantes à escadaria da figura do enunciado;
- ✓ perceber que a soma de 14 parcelas iguais a  $h$  é igual à multiplicação do fator 14 por  $h$ .

### **QUESTÃO 1.2.**

#### **Tema. Economia de recebimentos semanais para viagem de férias.**

**Questão 1.2 (Pisa).** Natasha trabalha em um restaurante 3 noites por semana, 4 horas por noite, e ganha 10 zeds por hora. Ela também recebe 80 zeds por semana em gorjetas. Natasha economiza exatamente metade dos seus ganhos semanais, pois quer guardar 600 zeds para sua viagem de férias.

Por quantas semanas Natasha deve trabalhar para poupar os 600 zeds?

#### **Resolução da questão 1.2.**

Sem contar as gorjetas, Natasha ganha 40 zeds por noite, que é o resultado da multiplicação de 4 horas de trabalho em cada noite pelo ganho de 10 zeds a cada hora trabalhada:

$$\text{Ganho por noite sem gorjeta} = 4 \text{ horas} \cdot 10 \frac{\text{zeds}}{\text{hora}} = 40 \text{ zeds}$$

Sem contar as gorjetas, Natasha ganha 120 zeds por semana, que é o resultado da multiplicação de 3 noites de trabalho em cada semana pelo ganho de 40 zeds em cada noite trabalhada:

$$\text{Ganho por semana sem gorjeta} = 3 \text{ noites} \cdot 40 \frac{\text{zeds}}{\text{noite}} = 120 \text{ zeds}$$

Além desses 120 zeds, semanalmente, Natasha recebe 80 zeds em gorjetas. Logo, seu ganho total por semana é 200 zeds, que é o resultado da soma 120 zeds e 80 zeds:

$$\text{Ganho por semana com gorjeta} = 120 \text{ zeds} + 80 \text{ zeds} = 200 \text{ zeds}$$

Natasha economiza metade do que ganha por semana para fazer sua viagem de férias. Logo, ela economiza 100 zeds por semana, que é o resultado da divisão de 200 zeds por 2:

$$\text{Economia semanal} = \frac{200}{2} \text{ zeds} = 100 \text{ zeds}$$

Para que Natasha consiga economizar 600 zeds, ela precisa trabalhar 6 semanas, visto que guarda 100 zeds por semana:

$$600 \text{ zeds} = 100 \frac{\text{zeds}}{\text{semana}} \cdot 6 \text{ semanas}$$

Concluimos que a resposta é 6 semanas.

### Comentários sobre a resolução da questão 1.2.

Para resolver à questão 1.2, o estudante deve:

- ✓ reconhecer e relacionar o valor recebido por hora, o número de horas trabalhadas por noite e o número de noites trabalhadas por semana;
- ✓ verificar que a gorjeta recebida deve ser somada aos ganhos semanais;
- ✓ perceber a existência de múltiplos de valores inteiros, como no caso de serem necessárias 6 semanas de trabalho para se economizarem 600 zeds, visto que Natasha ganha 100 zeds por semana.

### QUESTÃO 1.3.

#### Tema. Receita de molho para salada.

**Questão 1.3 (Pisa).** Imagine que você esteja fazendo o seu próprio molho para uma salada. A seguir, há a receita para se prepararem 100 mililitros (mL) desse molho.

Óleo para salada	60mL
Vinagre	30mL
Molho de soja	10mL

Quantos mililitros (mL) de óleo para salada você precisa usar para fazer 150mL de molho?

### Resolução da questão 1.3.

A receita apresentada no quadro do enunciado refere-se ao preparo de 100mL de molho. Mas deseja-se fazer 150mL de molho. Logo, os volumes de ingredientes devem ser afetados pelo fator de multiplicação 1,5, pois 150mL é a multiplicação de 1,5 por 100mL ( $1,5 \times 100 = 150$ ).

A aplicação desse fator de multiplicação 1,5 a todos os ingredientes está detalhada no quadro a seguir.

Óleo para salada	60mL	$1,5 \cdot 60 = 90\text{mL}$
Vinagre	30mL	$1,5 \cdot 30 = 45\text{mL}$
Molho de soja	10mL	$1,5 \cdot 10 = 15\text{mL}$
<b>Volume de molho</b>	<b><math>60+30+10 = 100\text{mL}</math></b>	<b><math>90+45+15=150\text{mL}</math></b>

Pelo quadro, vemos que são necessários 90mL de óleo de salada para que sejam preparados 150mL de molho.

Concluimos que a resposta é 90mL de óleo de salada.

### Comentários sobre a resolução da questão 1.3.

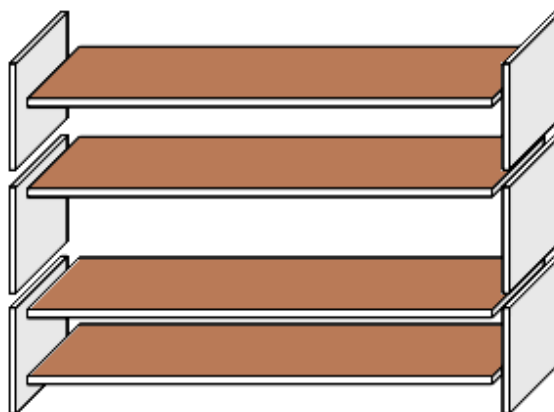
Para resolver à questão 1.3, o estudante deve:

- ✓ diferenciar o volume de um componente (óleo para salada) do volume total do molho;
- ✓ perceber a existência de múltiplos de valores inteiros, como no caso de o volume de 150mL ser a multiplicação do fator 1,5 pelo volume de 100mL.

### QUESTÃO 1.4.

#### Tema. Confeção de conjuntos de prateleiras.

**Questão 1.4 (Pisa).** Para fazer um conjunto de prateleiras como o mostrado na figura a seguir, um marceneiro precisa dos seguintes itens: 4 painéis de madeira longos, 6 painéis de madeira curtos, 12 pregos pequenos, 2 pregos grandes e 14 parafusos.



O marceneiro tem, em seu estoque, 26 painéis de madeira longos, 35 painéis de madeira curtos, 200 pregos pequenos, 20 pregos grandes e 510 parafusos.

Com esse material, quantos conjuntos de prateleiras o marceneiro consegue fazer?

#### Resolução da questão 1.4.

Podemos resumir os dados fornecidos pelo enunciado no quadro a seguir.

Item	Quantidade do item necessária para se fazer um conjunto de prateleiras	Quantidade do item que o marceneiro tem em seu estoque
Painel de madeira longo	4	26
Painel de madeira curto	6	35
Prego pequeno	12	200
Prego grande	2	20
Parafuso	14	510

Se quisermos calcular os números de conjuntos de prateleiras possíveis de serem feitos com as quantidades de itens que o marceneiro tem em estoque, basta dividirmos essas quantidades pelas quantidades de itens necessárias para se fazer um conjunto de prateleiras. Devemos considerar os valores inteiros dessas divisões "arredondados para baixo", pois não há sentido em fazermos, por exemplo, "16,7 prateleiras".

Vejamos o quadro a seguir, no qual foram usados os símbolos abaixo.

- $Q_c$ : quantidade do item necessária para se fazer um conjunto de prateleiras.
- $Q_m$ : quantidade do item que o marceneiro tem em seu estoque.
- $N_c$ : número inteiro de conjuntos de prateleiras possível de ser feito com a quantidade do item que o marceneiro tem em estoque.

Item	$Q_c$	$Q_m$	Divisão: $\frac{Q_m}{Q_c}$	$N_c$
Painéis de madeira longos	4	26	$\frac{26}{4} = 6,5$	6
Painéis de madeira curtos	6	35	$\frac{35}{6} = 5,8$	5
Pregos pequenos	12	200	$\frac{200}{12} = 16,7$	16
Pregos grandes	2	20	$\frac{20}{2} = 10$	10
Parafusos	14	510	$\frac{510}{14} = 36,4$	36

Veja que, por exemplo, não há painéis de madeira longos, painéis de madeira curtos e pregos grandes em quantidades suficientes para se fazerem os 16 conjuntos que a quantidade de pregos pequenos permitiria fazer.

Logo, pelos cálculos realizados, observamos que o limitador para a construção do conjunto de prateleiras é o painel de madeira curto, pois, com a quantidade desse item disponível em estoque, o marceneiro faz apenas 5 conjuntos de prateleiras.

Vale observar que, se o marceneiro fizer os 5 conjuntos de prateleiras, haverá sobras de materiais, mas não em quantidades suficientes para se fazer o 6º conjunto de prateleiras.

Concluimos que a resposta é 5 conjuntos de prateleiras.

#### **Comentários sobre a resolução da questão 1.4.**

Para resolver à questão 1.4, o estudante deve:

- ✓ entender que a parte inteira da divisão da quantidade do item que o marceneiro tem em estoque pela quantidade do item necessário para se fazer um conjunto de prateleiras fornece o número de conjuntos de prateleiras que se pode fazer com aquele item;
- ✓ reconhecer que há um item que limita o número de conjuntos de prateleiras que se pode fazer com o estoque disponível de peças.

#### **QUESTÃO 1.5.**

##### **Tema. Escolha de coberturas de pizzas.**

**Questão 1.5 (Pisa).** Em uma pizzaria, a pizza básica vem com duas coberturas: queijo e tomate. Você também pode “montar” sua própria pizza com coberturas extras. Há quatro opções de coberturas extras: azeitona, presunto, cogumelo e salame.

Imagine que Ross queira pedir uma pizza com duas coberturas extras diferentes.

Quantas combinações diferentes de pizza Ross pode escolher?

#### **Resolução da questão 1.5.**

Com as quatro opções de coberturas extras (azeitona, presunto, cogumelo e salame), Ross pode fazer as 6 combinações diferentes de pizza com duas coberturas extras relacionadas no quadro a seguir.

<b>Combinação</b>	<b>Cobertura 1</b>	<b>Cobertura 2</b>
Combinação 1	Azeitona	Presunto
Combinação 2	Azeitona	Cogumelo
Combinação 3	Azeitona	Salame
Combinação 4	Presunto	Cogumelo
Combinação 5	Presunto	Salame
Combinação 6	Cogumelo	Salame

Vemos, pelo quadro, que há 6 possibilidades de combinações.

Quando a quantidade de itens a serem combinados é muito grande, pode ser exaustivo enumerar, um a um, todos os resultados das possíveis combinações.

Assim, se quisermos apenas calcular o número de possíveis combinações, sem as especificarmos, podemos usar a multiplicação.

Para a primeira cobertura, temos 4 opções. Para a segunda cobertura, temos 3 opções, visto que já usamos uma das 4 opções iniciais na primeira cobertura. Se fizermos a multiplicação de 4 por 3, teremos 12 combinações. Nesse valor de 12, está contada, por exemplo, "cobertura 1 de azeitona e cobertura 2 de presunto" como uma situação diferente de "cobertura 1 de presunto e cobertura 2 de azeitona". Mas, na realidade, essa ordem de colocação de coberturas não altera o tipo de pizza. Ou seja, a combinação dada por "cobertura 1 de azeitona e cobertura 2 de presunto" é a mesma combinação dada por "cobertura 1 de presunto e cobertura 2 de azeitona". Logo, para sabermos o número real de combinações de coberturas, devemos dividir 12 por 2, o que resulta em 6.

Concluimos que a resposta é 6 combinações de coberturas.

### **Comentários sobre a resolução da questão 1.5.**

Para resolver à questão 1.5, o estudante deve:

- ✓ identificar as possíveis combinações de sabores de duas coberturas extras de pizzas;
- ✓ usar a multiplicação para fazer a contagem de combinações.

### **QUESTÃO 1.6.**

#### **Tema. Taxa de conversão cambial entre moedas de Singapura e da África do Sul.**

**Questão 1.6 (Pisa).** Mei Ling, de Singapura, está se preparando para ir à África do Sul por 3 meses como estudante de intercâmbio. Por isso, ela precisa trocar alguns dólares de Singapura (SGD) por moedas da África do Sul (ZAR).

Com base nessa situação, responda ao que se pede nos itens a seguir.



**a)** Mei Ling verificou que a relação cambial entre dólares de Singapura (SGD) e moedas da África do Sul (ZAR) é a seguinte:  $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$ .

A estudante trocou 3.000 dólares de Singapura por moedas da África do Sul, de acordo com a taxa dada anteriormente. Qual o valor que Mei Ling conseguiu em moedas da África do Sul?

**b)** No seu retorno a Singapura, depois de concluídos os 3 meses de intercâmbio, Mei Ling trouxe 3.900 ZAR. Ela trocou esse valor por dólares de Singapura, de acordo com a seguinte taxa de câmbio:  $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$ .

Quanto dinheiro, em moeda de Singapura, Mei Ling recebeu nessa troca?

**c)** Durante os 3 meses de intercâmbio, a taxa de câmbio variou de 4,2 ZAR por SGD para 4,0 ZAR por SGD. Essa mudança de taxa foi favorável a Mei Ling quando ela trocou suas moedas da África do Sul novamente por dólares de Singapura? Dê uma explicação que justifique sua resposta.

### Resolução da questão 1.6.

#### Item a)

Foi dito que, na ida de Mei Ling à África do Sul, 1 dólar de Singapura (1 SGD) equivalia a 4,2 moedas da África do Sul (4,2 ZAR), ou seja,  $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$ .

Mei Ling trocou 3.000 SGD por X ZAR, de acordo com a taxa dada anteriormente.

Para calcularmos o valor X de moedas ZAR que foram compradas com 3.000 SGD, podemos fazer a regra de três a seguir.

$1 \text{ SGD} - 4,2 \text{ ZAR}$
$3.000 \text{ SGD} - X \text{ ZAR}$

Para acharmos o resultado X, fazemos a seguinte igualdade, vinda da multiplicação "em cruz" dos valores presentes no esquema anterior:

$$1 \cdot X = 4,2 \cdot 3.000 \Rightarrow X = 12.600 \text{ ZAR}$$

Concluimos que Mei Ling conseguiu o valor de 12.600 ZAR na ida à África do Sul.

#### Item b)

Foi dito que, no retorno de Mei Ling a Singapura, 1 dólar de Singapura (1 SGD) equivalia a 4,0 moedas da África do Sul (4,0 ZAR), ou seja,  $1 \text{ SGD} = 4,0 \text{ ZAR}$ .

Nesse retorno, Mei Ling trouxe 3.900 ZAR e trocou-os por Y SGD.

Para calcularmos o valor Y de SGD que foram trocados com 3.900 ZAR, podemos fazer a regra de três a seguir.

1 SGD	–	4,0 ZAR
Y SGD	–	3.900 ZAR

Para acharmos o resultado Y, fazemos a seguinte igualdade, vinda da multiplicação “em cruz” dos valores presentes no esquema anterior:

$$4 \cdot Y = 1 \cdot 3.900 \Rightarrow Y = \frac{3.900}{4}$$

$$Y = \frac{3.900}{4}$$

$$Y = 975 \text{ SGD}$$

Concluimos que Mei Ling obteve o valor de 975 SGD no retorno a Singapura.

### Item c)

O fato de, durante os 3 meses de intercâmbio, a taxa de câmbio ter variado de 4,2 ZAR por SGD para 4,0 ZAR por SGD foi favorável a Mei Ling na sua troca de moedas da África do Sul por dólares de Singapura.

Essa redução na taxa de câmbio fez com que Mei Ling, no seu retorno, obtivesse mais dólares de Singapura com as moedas que trouxe da África do Sul do que haveria obtido com a primeira cotação.

Na ida, ela recebeu 4,2 ZAR por 1 SGD e, no retorno, ela pagou apenas 4,0 ZAR por 1 SGD. Ou seja, no retorno de Mei Ling a Singapura, cada SGD estava 0,2 ZAR mais barato do que o valor praticado quando ela foi para a África do Sul.

### Comentários sobre a resolução da questão 1.6.



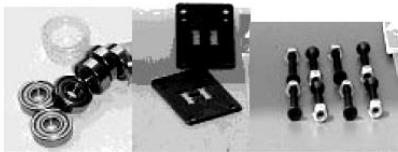
Para resolver à questão 1.6, o estudante deve:

- ✓ reconhecer e operacionalizar relações que mudam com o tempo referentes às equivalências das moedas SGD e ZAR;
- ✓ avaliar os impactos das mudanças com o tempo entre as equivalências das moedas SGD e ZAR nas trocas monetárias.

### QUESTÃO 1.7.

#### Tema. Opções de peças para montagem de skate.

**Questão 1.7 (Pisa).** Eric, um grande fã de skates, foi a uma loja chamada "SKATERS" para verificar alguns preços. Nessa loja, você pode comprar um skate completo ou você pode comprar uma base, um conjunto de 4 rodas, um conjunto de 2 estruturas e um conjunto de ferragens para montar seu próprio skate. Os preços desses itens estão no quadro a seguir.

Produto	Preço em zeds	
Skate completo	82 ou 84	
Base	40, 60 ou 65	
Conjunto de 4 rodas	14 ou 36	
Conjunto de 2 estruturas	16	
Conjunto de ferragens	10 ou 20	

Com base nessa situação, responda ao que se pede nos itens a seguir.

- Eric quer montar seu próprio skate. Nesse caso, quais são os preços mínimo e máximo que ele irá pagar pelo skate?
- A loja "SKATERS" oferece 3 diferentes bases, 2 diferentes conjuntos de rodas e 2 diferentes conjuntos de ferragens. Há apenas uma opção para o conjunto de estruturas. Nesse caso, quantos diferentes tipos de skates Eric poderá construir?
- Eric tem 120 zeds para gastar e quer comprar o skate mais caro possível com esse valor. Nesse caso, quanto Eric gastará em cada uma das quatro partes que constituem o skate? Coloque sua resposta no quadro a seguir.

Parte	Valor (zeds)
Base	
Conjunto de rodas	
Conjunto de estruturas	
Conjunto de ferragens	

### Resolução da questão 1.7.

#### Item a)

No quadro, estão os valores mínimo e máximo de cada produto (parte) para se montar o skate.

Produto	Valor mínimo (zeds)	Valor máximo (zeds)
Base	40	65
Conjunto de rodas	14	36
Conjunto de estruturas	16	16
Conjunto de ferragens	10	20

Se somarmos os valores mínimos de cada produto, chegamos ao preço mínimo de 80 zeds:

$$\text{Preço mínimo} = 40 + 14 + 16 + 10 = 80 \text{ zeds}$$

Se somarmos os valores máximos de cada produto, chegamos ao preço máximo de 137 zeds:

$$\text{Preço máximo} = 65 + 36 + 16 + 20 = 137 \text{ zeds}$$

#### Item b)

Vamos chamar as 3 diferentes bases de B1, B2 e B3, os 2 diferentes conjuntos de rodas de R1 e R2 e os 2 diferentes conjuntos de ferragens de F1 e F2.

Com base nisso, podemos ter as combinações de montagem de skates indicadas no quadro a seguir.

Combinação	Base	Rodas	Ferragens
Combinação 1	B1	R1	F1
Combinação 2	B1	R1	F2
Combinação 3	B1	R2	F1
Combinação 4	B1	R2	F2
Combinação 5	B2	R1	F1
Combinação 6	B2	R1	F2
Combinação 7	B2	R2	F1
Combinação 8	B2	R2	F2
Combinação 9	B3	R1	F1
Combinação 10	B3	R1	F2
Combinação 11	B3	R2	F1
Combinação 12	B3	R2	F2

Pelo quadro, vemos que há 12 diferentes tipos de skates que podem ser feitos.

Também, poderíamos ter pensado assim: há 3 diferentes bases, 2 diferentes conjuntos de rodas e 2 diferentes conjuntos de ferragens. O produto desses valores ( $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ ) fornece as possíveis combinações de skates.

Concluimos que a resposta é 12 diferentes tipos de skates.

### Item c)

No quadro a seguir, temos os preços de cada parte do skate para as 12 opções possíveis de serem montagens. Na última coluna, temos o preço total de cada uma das opções.

Opção	Base (zeds)	Rodas (zeds)	Estrutura (zeds)	Ferragens (zeds)	Valor total (zeds)
<b>Opção 1</b>	40	14	16	10	80
<b>Opção 2</b>	40	14	16	20	90
<b>Opção 3</b>	40	36	16	10	102
<b>Opção 4</b>	40	36	16	20	112
<b>Opção 5</b>	60	14	16	10	100
<b>Opção 6</b>	60	14	16	20	110
<b>Opção 7</b>	60	36	16	10	122
<b>Opção 8</b>	60	36	16	20	132
<b>Opção 9</b>	65	14	16	10	104
<b>Opção 10</b>	65	14	16	20	114
<b>Opção 11</b>	65	36	16	10	127
<b>Opção 12</b>	65	36	16	20	137

Se Eric tem 120 zeds para gastar e quer comprar o skate mais caro possível, então, pelo quadro, vemos que a opção que mais se aproxima desse valor, sem ultrapassá-lo, é a opção 10, com preço total de 114 zedas. Essa opção está destacada abaixo.

Parte	Valor (zeds)
Base	65
Conjunto de rodas	14
Conjunto de estruturas	16
Conjunto de ferragens	20

### Comentários sobre a resolução da questão 1.7.

Para resolver à questão 1.7, o estudante deve:

- ✓ organizar informações de tipos de peças e de preços em tabelas;
- ✓ somar preços de partes para verificar o preço total de montagem de um skate;
- ✓ verificar as possíveis combinações de partes para a montagem de um skate;
- ✓ calcular preço mínimo e preço máximo na montagem de um skate;
- ✓ avaliar os impactos dos preços das partes no preço final de um skate.

### QUESTÃO 1.8.

#### Tema. Consequências da tomada de empréstimo por longo período de tempo.

**Questão 1.8 (Pisa).** A Sr<sup>a</sup> Jones tomou um empréstimo de 8.000 zeds da financeira Primeira Zed, com taxa de juros de 15% ao ano. Seus pagamentos mensais são de 150 zeds. Depois de um ano, a Sr<sup>a</sup> Jones ainda deve 7.400 zeds à Primeira Zed. Outra financeira, chamada de Melhor Zed, ofereceu à Sr<sup>a</sup> Jones um novo empréstimo, de 10.000 zeds, com taxa de juros de 13% ao ano. Se ela aceitar, seus pagamentos mensais também serão de 150 zeds.

Qual é uma possível consequência negativa para a Sr<sup>a</sup> Jones se ela concordar em tomar o empréstimo oferecido pela financeira Melhor Zed?

#### Resolução da questão 1.8.

Vamos analisar, inicialmente, a situação da Sr<sup>a</sup> Jones junto à financeira Primeira Zed após um ano de ela ter assumido a dívida.

No empréstimo de 8.000 zeds que a Sr<sup>a</sup> Jones tomou da financeira Primeira Zed, com taxa de juros de 15% ao ano, o valor absoluto dos juros em um ano foi de 1.200 zeds, pois 15% de 8.000 resultam em 1.200:

$$15\% \text{ de } 8.000 \text{ zeds} = \frac{15}{100} \cdot 8.000 = 0,15 \cdot 8.000 = 1.200 \text{ zeds}$$

Assim, ao final do primeiro ano, o valor da dívida passou de 8.000 zeds para 9.200 zeds, que é a soma dos 8.000 zeds iniciais com os juros de 1.200 zeds:

$$8.000 \text{ zeds} + 1.200 \text{ zeds} = 9.200 \text{ zeds}$$

Como a Sr<sup>a</sup> Jones fez, em um ano, 12 pagamentos mensais de 150 zeds à Primeira Zed, ela pagou 1.800 zeds a essa financeira, que é a multiplicação de 12 por 150:

$$12 \cdot 150 \text{ zeds} = 1.800 \text{ zeds}$$

Se abatermos os 1.800 zeds que a Sr<sup>a</sup> Jones pagou à Primeira Zed do valor devido de 9.200 zeds, vemos que, ao final de um ano, ela ainda deve 7.400 zeds à financeira:

$$9.200 \text{ zeds} - 1.800 \text{ zeds} = 7.400 \text{ zeds}$$

Agora, vamos analisar qual seria a situação da Sr<sup>a</sup> Jones junto à financeira Melhor Zed se ela assumisse uma nova dívida. Se a Sr<sup>a</sup> Jones tomasse emprestado 10.000 zeds da financeira

Melhor Zed, com taxa de juros de 13% ao ano, o valor absoluto dos juros em um ano seria de 1.300 zeds, pois 13% de 10.000 resultam em 1.300:

$$13\% \text{ de } 10.000 \text{ zeds} = \frac{13}{100} \cdot 10.000 = 0,13 \cdot 10.000 = 1.300 \text{ zeds}$$

Assim, ao final do primeiro ano, o valor da dívida passaria de 10.000 zeds para 11.300 zeds, que é a soma dos 10.000 zeds iniciais com os juros de 1.300 zeds:

$$10.000 \text{ zeds} + 1.300 \text{ zeds} = 11.300 \text{ zeds}$$

Como a Sr<sup>a</sup> Jones faria, em um ano, 12 pagamentos mensais de 150 zeds à Melhor Zed, ela teria pagado 1.800 zeds a essa financeira, que é a multiplicação de 12 por 150:

$$12 \cdot 150 \text{ zeds} = 1.800 \text{ zeds}$$

Se abatermos os 1.800 zeds que a Sr<sup>a</sup> Jones pagaria à Melhor Zed do valor devido de 11.300 zeds, vemos que, ao final de um ano, ela ainda deveria 9.500 zeds à financeira:

$$11.300 \text{ zeds} - 1.800 \text{ zeds} = 9.500 \text{ zeds}$$

Concluimos que, se a Sr<sup>a</sup> Jones aceitar o novo empréstimo, oferecido pela financeira Melhor Zed, ela terá mais dívidas a pagar, vai demorar mais tempo para quitar a dívida total e pagará elevado valor de juros. Ou seja, já há consequências negativas em relação aos juros pagos apenas com o primeiro empréstimo, que serão agravadas com a tomada de um novo empréstimo.

### **Comentários sobre a resolução da questão 1.8.**

Para resolver à questão 1.8, o estudante deve:

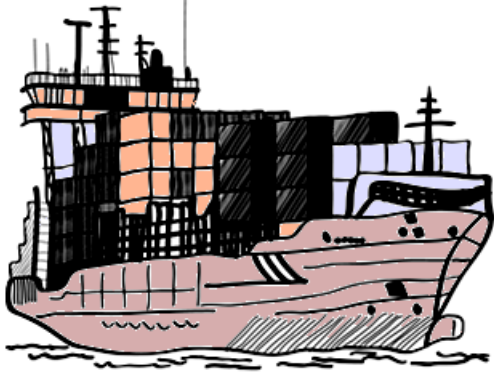
- ✓ fazer cálculos envolvendo percentuais;
- ✓ distinguir taxa de juros de valor absoluto de juros;
- ✓ avaliar criticamente os impactos da tomada de empréstimos por longo período de tempo e/ou elevada taxa de juros.

### **QUESTÃO 1.9.**

**Tema. Inserção de vela de pipa ao navio NewWave para reduzir o consumo de diesel.**

**Questão 1.9 (Pisa).** Devido ao alto custo do diesel como combustível, de 0,42 zeds por litro, os proprietários do navio NewWave, cujas características encontram-se no quadro a seguir, estão pensando em equipar seu navio com uma vela de pipa.

Estima-se que essa vela de pipa tenha potencial de reduzir o consumo de diesel em cerca de 20%.

<b>Nome:</b> <i>NewWave</i>	
<b>Tipo:</b> cargueiro	
<b>Comprimento:</b> 117 metros	
<b>Largura:</b> 18 metros	
<b>Capacidade de carga:</b> 12.000 ton	
<b>Velocidade:</b> 19 nós	
<b>Consumo de diesel por ano sem vela de pipa:</b> aproximadamente 3.500.000 litros	

O custo para equipar o *NewWave* com a vela de pipa é 2.500.000 zeds.

Depois de quantos anos os valores relativos às economias de combustível diesel cobrirão o custo da vela de pipa? Faça cálculos para justificar sua resposta.

### Resolução da questão 1.9.

Sem a vela, o navio *NewWave* consome, anualmente, 3.500.000 de litros de diesel, que custa 0,42 zed/litro.

Para calcularmos o valor  $X$  de zeds gastos por ano em diesel para abastecer o *NewWave* sem vela, podemos fazer a regra de três a seguir.

$0,42 \text{ zed} - 1 \text{ litro}$
$X \text{ zed} - 3.500.000 \text{ litros}$

Para acharmos o resultado  $X$ , fazemos a seguinte igualdade, vinda da multiplicação "em cruz" dos valores presentes no esquema anterior:

$$1 \cdot X = 0,42 \cdot 3.500.000$$

$$X = 1.470.000 \text{ zeds}$$

Estima-se que a inserção da vela ao navio reduza o consumo de diesel em cerca de 20%.

Logo, a colocação da vela diminuirá, anualmente, o consumo de diesel em 700.000 litros, pois 20% de 3.500.000 litros resultam em 700.000 litros:

$$20\% \text{ de } 3.500.000 \text{ litros} = \frac{20}{100} \cdot 3.500.000 = 700.000 \text{ litros}$$



Para calcularmos o valor Y de zeds economizados por ano em diesel para abastecer o NewWave com vela, podemos fazer a regra de três a seguir.

$0,42 \text{ zed} - 1 \text{ litro}$
$Y \text{ zed} - 700.000 \text{ litros}$

Para acharmos o resultado Y, fazemos a seguinte igualdade, vinda da multiplicação "em cruz" dos valores presentes no esquema anterior:

$$1 \cdot Y = 0,42 \cdot 700.000$$

$$Y = 294.000 \text{ zeds}$$

O custo para equipar o NewWave com a vela é 2.500.000 zeds. Se dividirmos esse valor pela quantia economizada anualmente com o consumo de diesel, que é de 294.000 zeds, teremos a quantidade de anos necessários para se cobrir o custo do investimento, não considerando efeitos de possível inflação. Vejamos:

$$\frac{294.000}{3.500.000} = 8,5$$

Concluimos que, sem incluir eventual inflação ocorrida no período, depois de 8 a 9 anos da instalação da vela, o custo da vela é recuperado em função da economia no consumo de diesel do navio NewWave.

### **Comentários sobre a resolução da questão 1.9.**

Para resolver à questão 1.9, o estudante deve:

- ✓ fazer cálculos envolvendo percentuais;
- ✓ compreender o impacto da economia de consumo de diesel com a instalação de uma vela a um navio;
- ✓ avaliar o período de tempo necessário para se recuperar financeiramente determinado investimento.

## CAPÍTULO 2. Leitura e interpretação de gráficos e diagramas.

Em muitos veículos impressos, como revistas e jornais, e em muitas divulgações online, como feeds de notícias, deparamos com informações dadas em gráficos e diagramas, meios que podem representar muitos dados de modo sucinto.

Não basta apenas observarmos os conteúdos exibidos em gráficos e diagramas: precisamos interpretá-los. Vejamos um exemplo desse tipo de interpretação.

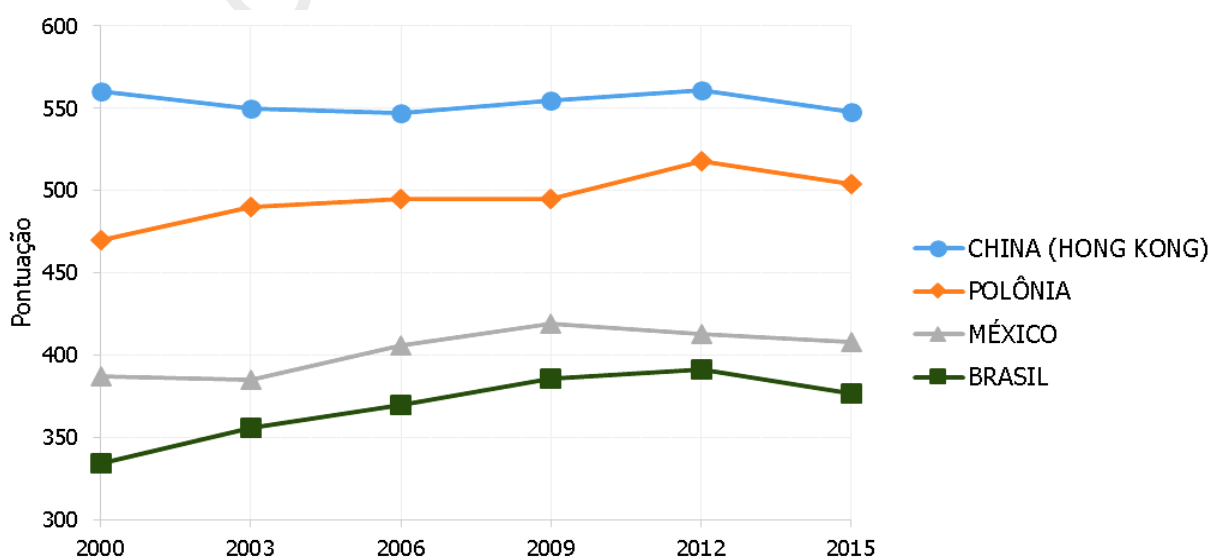
**Exemplo. O Pisa, exame internacional desenvolvido e aplicado pela Organização para a Cooperação Econômica e Desenvolvimento (OCDE), avalia o letramento dos estudantes na faixa dos 15 anos nas áreas de Matemática, Ciências e Leitura. Os resultados do Pisa são apresentados de acordo com a escala de desempenho da tabela a seguir, que mostra seis níveis de proficiência em função da pontuação obtida.**

**Escala de desempenho dos participantes do Pisa.**

Nível	Pontuação
1	De 358 a 420 pontos
2	De 420 a 482 pontos
3	De 482 a 545 pontos
4	De 545 a 607 pontos
5	De 607 a 669 pontos
6	Acima de 669 pontos

Alunos com menos de 358 pontos são classificados como “abaixo do nível 1”, pois não conseguem compreender nem os enunciados mais simples do exame.

A periodicidade do Pisa é trienal e ele já foi aplicado em 2000, 2003, 2006, 2009, 2012 e 2015. No gráfico a seguir, estão indicadas as pontuações em Matemática de alguns países que participaram de todas as edições do Pisa, incluindo o Brasil.



**Pontuações de alguns países em Matemática em várias edições do Pisa.**

**Podemos afirmar que o Brasil já apresentou, no Pisa, resultados em Matemática classificados como “abaixo do nível 1”, em escala de 1 a 6?**

Sim. Pela análise do gráfico, vemos que, em 2000, a pontuação do Brasil em Matemática no Pisa foi inferior a 358 pontos, o que, de acordo com a tabela de desempenho dada do enunciado, classifica o país em “abaixo do nível 1”.

**Podemos afirmar que os resultados em Matemática do Brasil e do México, nas diversas edições do Pisa, nunca tenham superado o nível 1, em escala de 1 a 6, e que esses países sempre mantiveram crescimentos de pontuações?**

A primeira afirmação pode ser considerada verdadeira, pois, pela análise do gráfico, vemos que tanto o Brasil quanto o México nunca chegaram a obter 420 pontos em Matemática, pontuação mínima, de acordo com a tabela de desempenho dada do enunciado, para classificar um país em “nível 1”.

A segunda afirmação é falsa, pois, pela análise do gráfico, vemos que, de 2012 para 2015, tanto o Brasil quanto o México tiveram decréscimos de pontuações em Matemática no Pisa.

**Podemos afirmar que a Polônia apresentou significativo crescimento de pontuações em Matemática no Pisa de 2009 para 2012, mas, ainda assim, nunca superou o desempenho da China (Hong Kong)?**

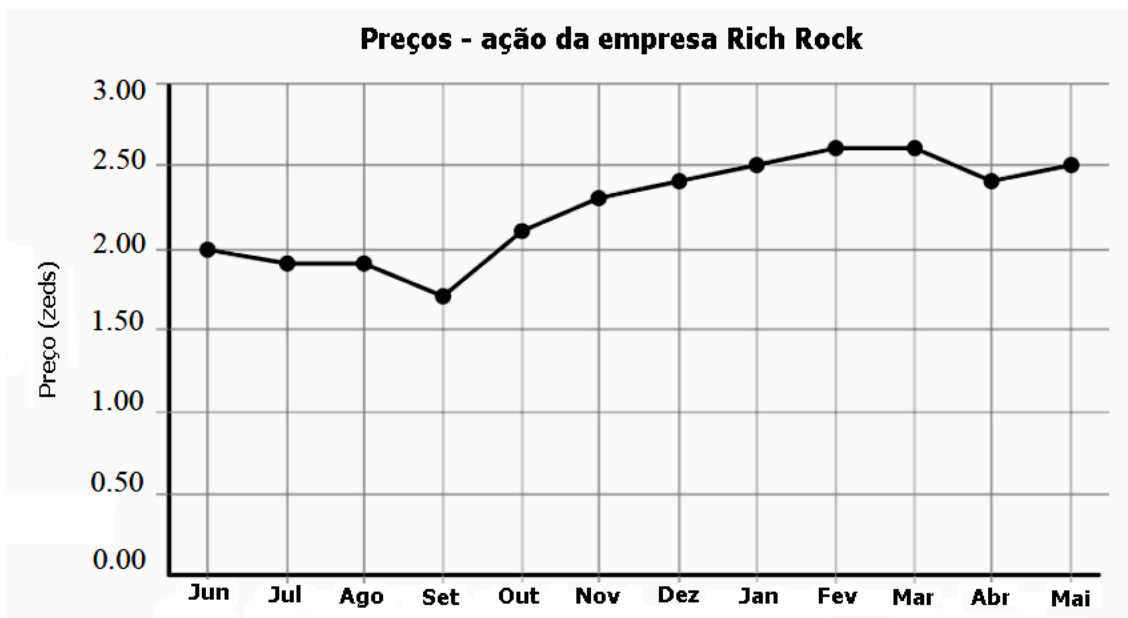
Sim. Pela análise do gráfico, vemos que a Polônia apresentou significativo crescimento de pontuações em Matemática no Pisa de 2009 para 2012, passando de quase 500 pontos para cerca de 520 pontos. Já a China (Hong Kong) sempre obteve cerca de 550 pontos ou mais.

A situação estudada é útil para auxiliar na resolução das questões 2.1 a 2.11, extraídas do Pisa e traduzidas com algumas adaptações.

### **QUESTÃO 2.1.**

**Tema. Variação dos preços de uma ação da empresa Rich Rock.**

**Questão 2.1 (Pisa).** O gráfico a seguir mostra a variação dos preços, em zeds, de uma ação da empresa Rich Rock durante um período de 12 meses.



Com base nos dados do gráfico sobre os preços de uma ação da empresa Rich Rock, sublinhe a indicação "Verdadeira" ou a indicação "Falsa" para as afirmativas a seguir.

<b>Afirmativa</b>	<b>A afirmativa é "Verdadeira" ou "Falsa"?</b>
O melhor mês para comprar ações foi setembro.	"Verdadeira"/"Falsa"
O preço da ação subiu cerca de 50% em um ano.	"Verdadeira"/"Falsa"

### Resolução da questão 2.1.

#### Análise da primeira afirmativa.

Pela leitura do gráfico, vemos que o menor valor pelo qual uma ação da Rich Rock foi vendida ocorreu em setembro, e esse valor foi cerca de 1,70 zeds. Assim, esse foi o melhor mês para se comprarem ações dessa empresa.

Logo, a primeira afirmativa é "Verdadeira".

#### Análise da segunda afirmativa.

Pela leitura do gráfico, vemos que, em junho de determinado ano, uma ação da Rich Rock valia o "preço inicial" de 2,00 zeds. Após um ano, em maio, essa ação da Rich Rock passou a valer o "preço final" de 2,50 zeds. Assim, nesse período, essa ação teve aumento de 25%:

$$\text{Aumento percentual} = \frac{\text{"preço final"} - \text{"preço inicial"}}{\text{"preço inicial"}} \cdot 100\%$$

$$\text{Aumento percentual} = \frac{2,50 - 2,00}{2,00} \cdot 100\% = 25\%$$

Logo, a segunda afirmativa é "Falsa".

**Quadro com indicações de respostas.**

<b>Afirmativa</b>	<b>A afirmativa é "Verdadeira" ou "Falsa"?</b>
O melhor mês para comprar ações foi setembro.	<b>"Verdadeira"/"Falsa"</b>
O preço da ação subiu cerca de 50% em um ano.	"Verdadeira"/ <b>"Falsa"</b>

**Comentários sobre a resolução da questão 2.1.**

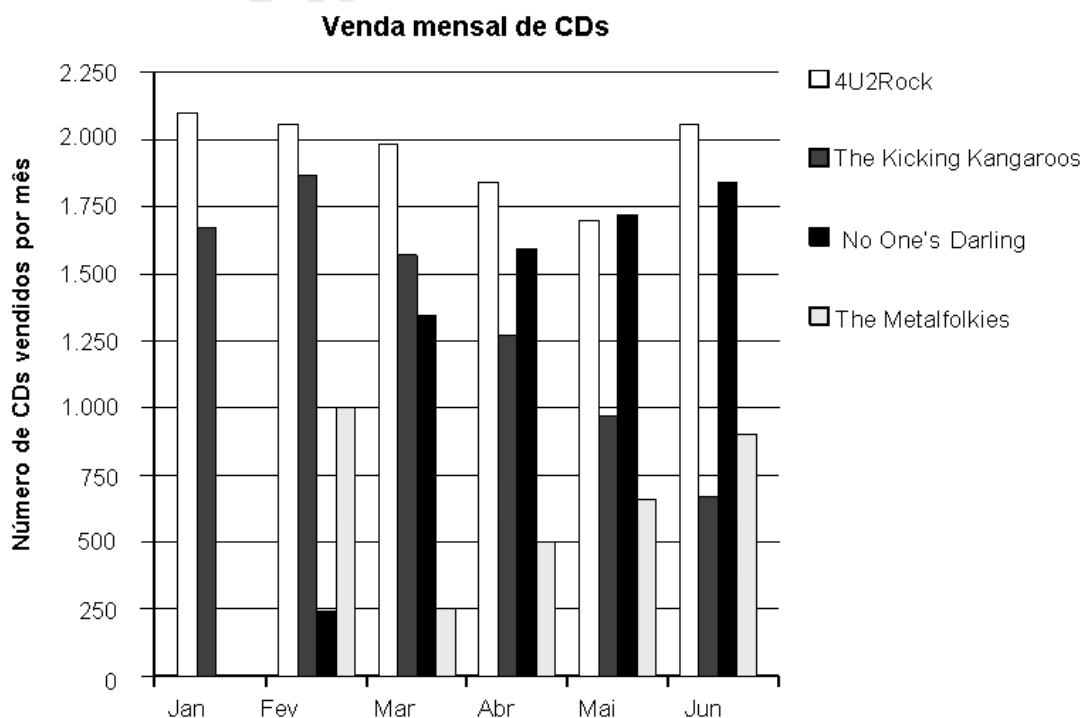
Para resolver à questão 2.1, o estudante deve:

- ✓ ler valores de preços de uma ação dados em gráfico;
- ✓ identificar o mês em que ocorre o mínimo preço de uma ação;
- ✓ calcular o aumento percentual de preços de uma ação no período de um ano.

**QUESTÃO 2.2.**

**Tema. Vendas mensais de CDs das bandas 4U2Rock, The Kicking Kangaroos, One's Darling e The Metalfolkies.**

**Questão 2.2 (Pisa).** Em janeiro, foram lançados novos CDs das bandas 4U2Rock e The Kicking Kangaroos. Em fevereiro, foram lançados novos CDs das bandas No One's Darling e The Metalfolkies. O gráfico a seguir mostra as vendas dos CDs dessas bandas de janeiro a junho.



Com base no gráfico, responda aos itens a seguir.

a) Quantos CDs a banda The Metalfolkies vendeu em abril?

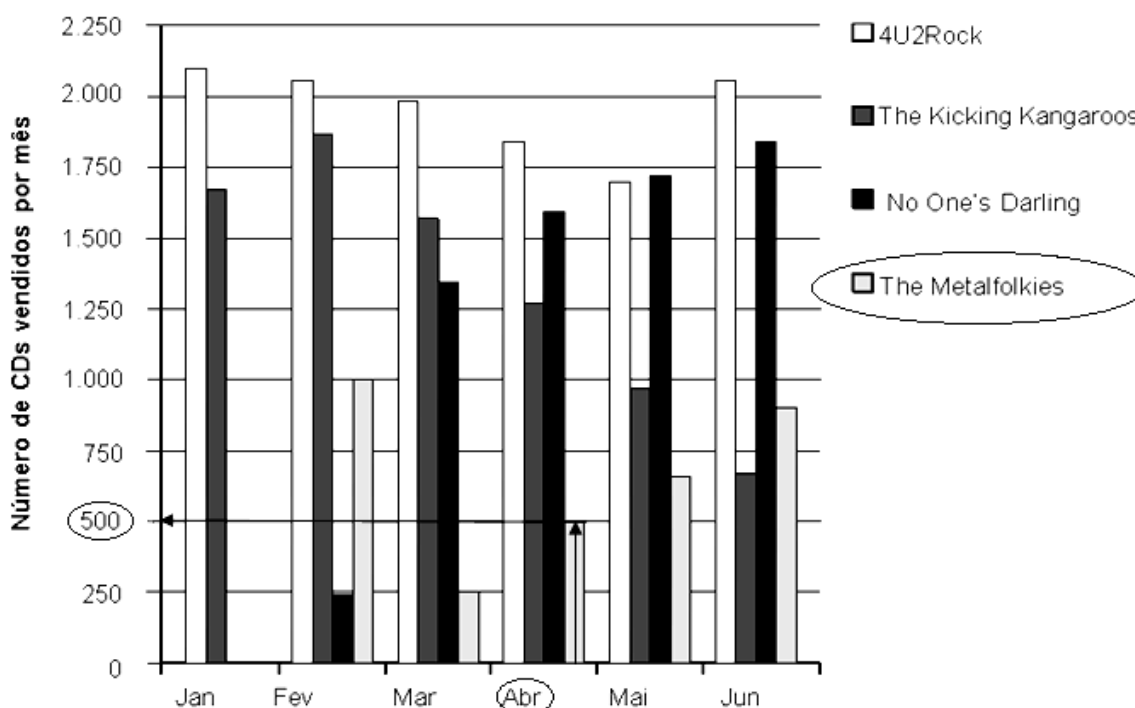
b) Em que mês, pela primeira vez, a banda No One's Darling vendeu mais CDs do que a banda The Kicking Kangaroos?

c) O gerente da The Kicking Kangaroos está preocupado porque o número de CDs que essa banda vendeu decaiu de fevereiro para junho. Qual é a estimativa da quantidade de CDs vendidos pela The Kicking Kangaroos em julho, se a mesma taxa de queda continuar?

### Resolução da questão 2.2.

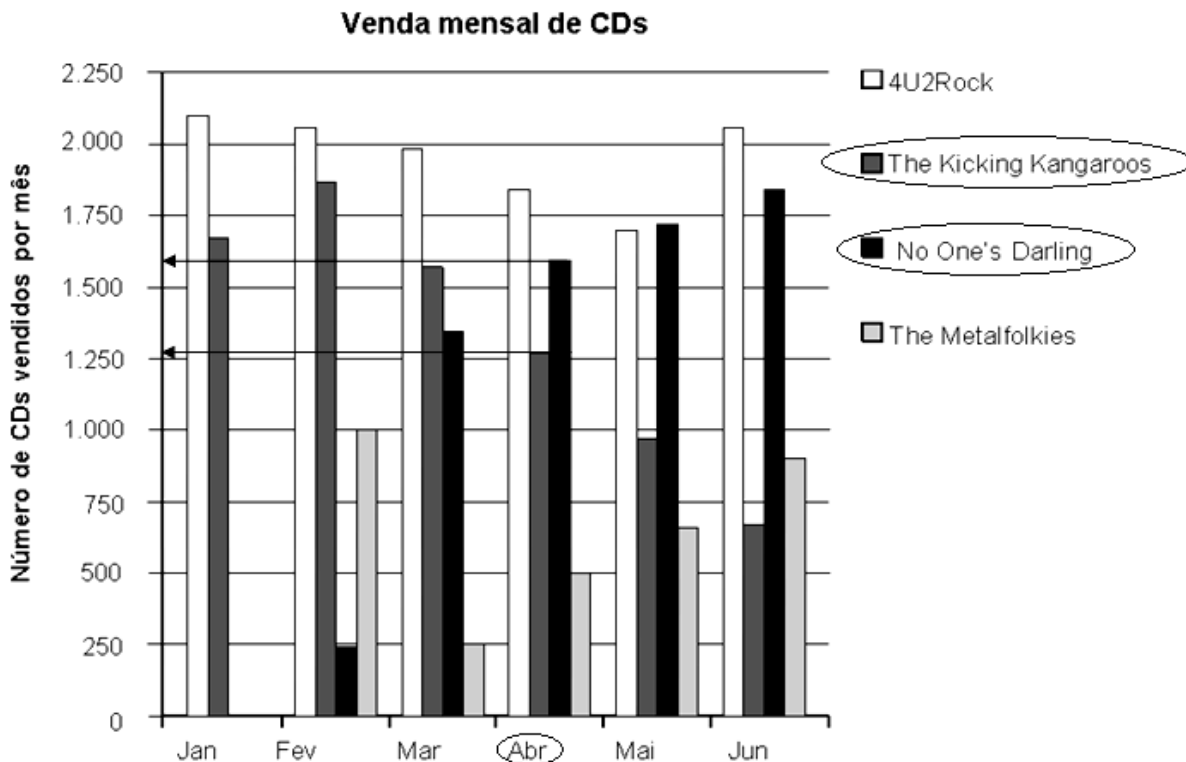
#### Item a)

Pela leitura do gráfico, conforme destacado a seguir, vemos que a banda The Metalfolkies vendeu 500 CDs em abril.



#### Item b)

Pela leitura do gráfico, conforme destacado a seguir, vemos que em abril, pela primeira vez, a banda No One's Darling vendeu mais CDs do que a banda The Kicking Kangaroos.



**Item c)**

Pela leitura do gráfico, vemos que a banda The Kicking Kangaroos vendeu cerca de 1.850 CDs em fevereiro e 680 CDs em junho, conforme resumido no quadro a seguir.

Mês	Número de CDs vendidos pela The Kicking Kangaroos
Fevereiro	1.850
Junho	680

A taxa média de queda mensal do número de CDs vendidos pela The Kicking Kangaroos pode ser calculada como a divisão da variação do número de CDs vendidos de fevereiro a junho pelo número de meses passados de fevereiro a junho, conforme segue.

$$\text{Taxa média de queda de vendas} = \frac{\text{"vendas em fevereiro"} - \text{"vendas em junho"}}{\text{número de meses}}$$

$$\text{Taxa média de queda de vendas} = \frac{1.850 - 680}{4} \cong 293$$

Ou seja, em média, a The Kicking Kangaroos vendeu cerca de 293 CDs a menos por mês entre os meses de fevereiro a junho. Se isso for mantido de junho para julho, em julho, a banda venderá 293 CDs a menos do que vendeu em junho.

Como em junho a The Kicking Kangaroos vendeu cerca de 680 CDs, estima-se que, em julho, a banda venderá aproximadamente 387 CDs, que é o resultado da subtração  $680 - 293 = 387$ .

## Comentários sobre a resolução da questão 2.2.

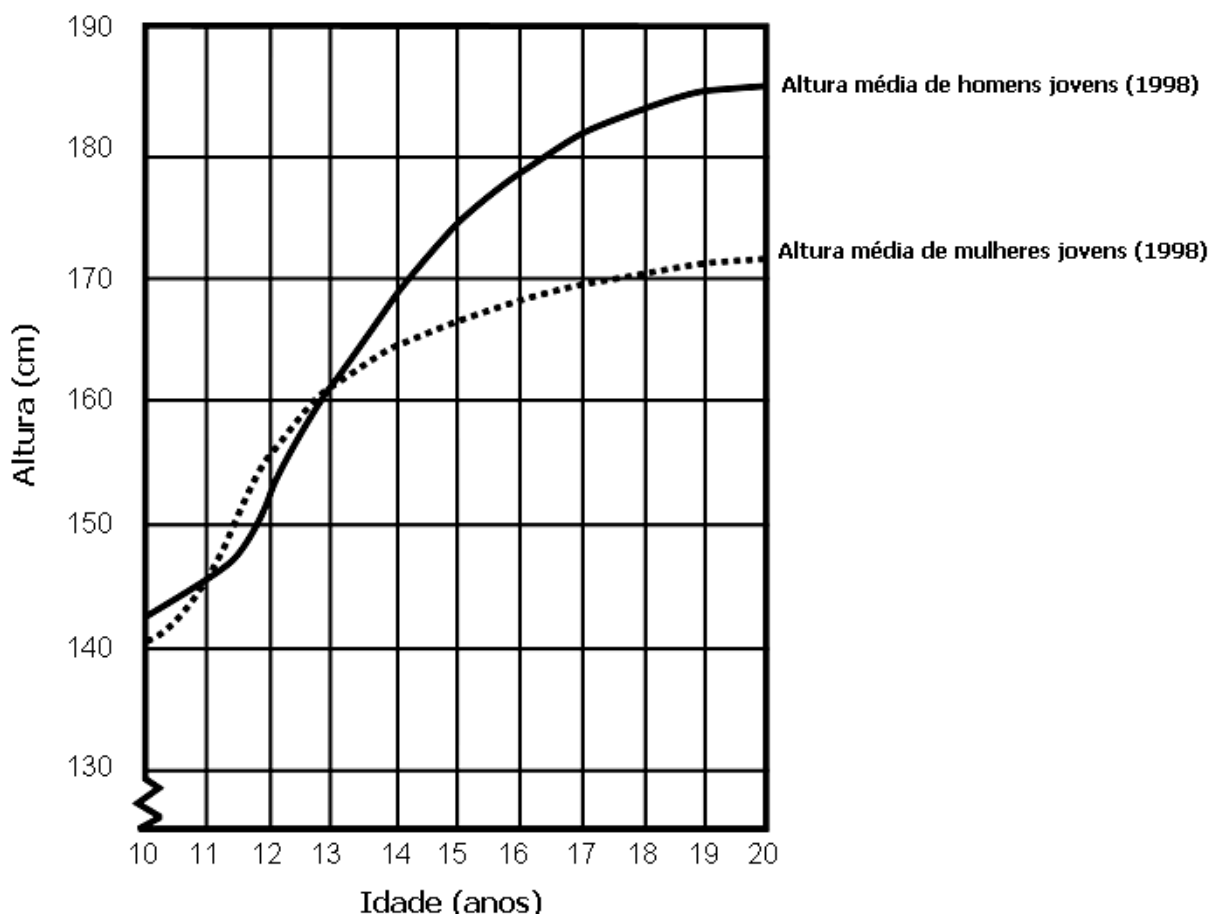
Para resolver à questão 2.2, o estudante deve:

- ✓ ler, em um gráfico, os números de CDs vendidos por 4 bandas de fevereiro a junho;
- ✓ calcular a taxa média de queda do número de CDs vendidos pela banda The Kicking Kangaroos de fevereiro a junho;
- ✓ estimar o número de CDs vendidos pela banda The Kicking Kangaroos em julho.

## QUESTÃO 2.3.

**Tema. Alturas médias de mulheres e de homens jovens na Holanda em 1998.**

**Questão 2.3 (Pisa).** No gráfico a seguir, estão representadas as alturas médias de mulheres e de homens jovens, em 1998, na Holanda.



Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Na Holanda, de 1980 a 1998, a altura média de mulheres de 20 anos aumentou 2,3cm, chegando a 170,6cm em 1998. Qual era a altura média de mulheres de 20 anos em 1980?



**b)** Explique, de acordo com o gráfico, como a taxa de crescimento de meninas varia depois dos 12 anos de idade.

**c)** De acordo com o gráfico, na média, durante qual período da vida as mulheres são mais altas do que os homens, sendo ambos da mesma idade?

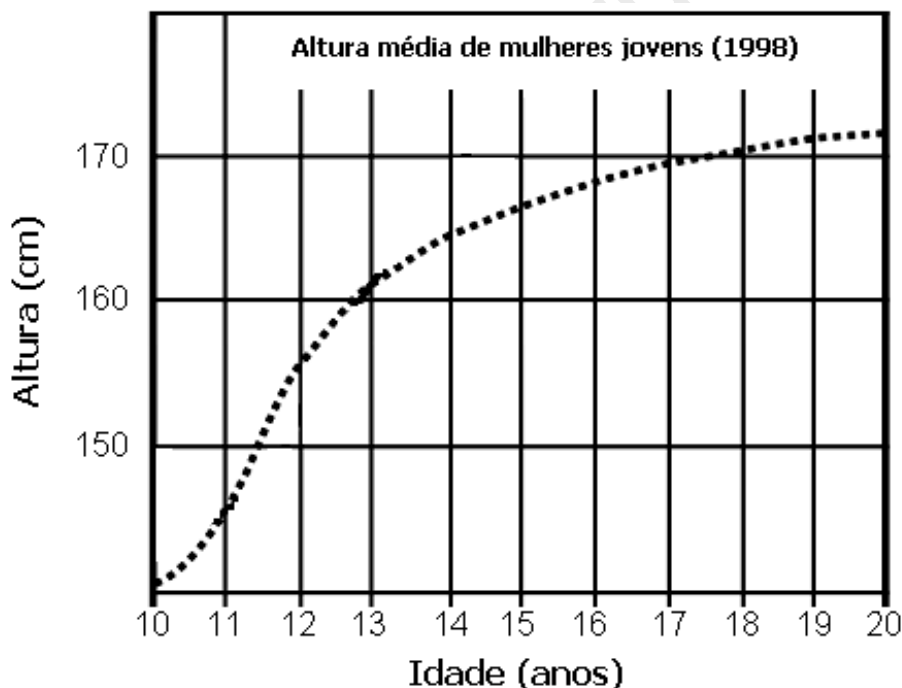
### Resolução da questão 2.3.

#### Item a)

Foi dito que, na Holanda, de 1980 a 1998, a altura média de mulheres de 20 anos aumentou 2,3cm, chegando a 170,6cm em 1998. Ou seja, em 1980, essa altura média era de 168,3cm, que é o resultado da subtração  $170,6 - 2,3$ .

#### Item b)

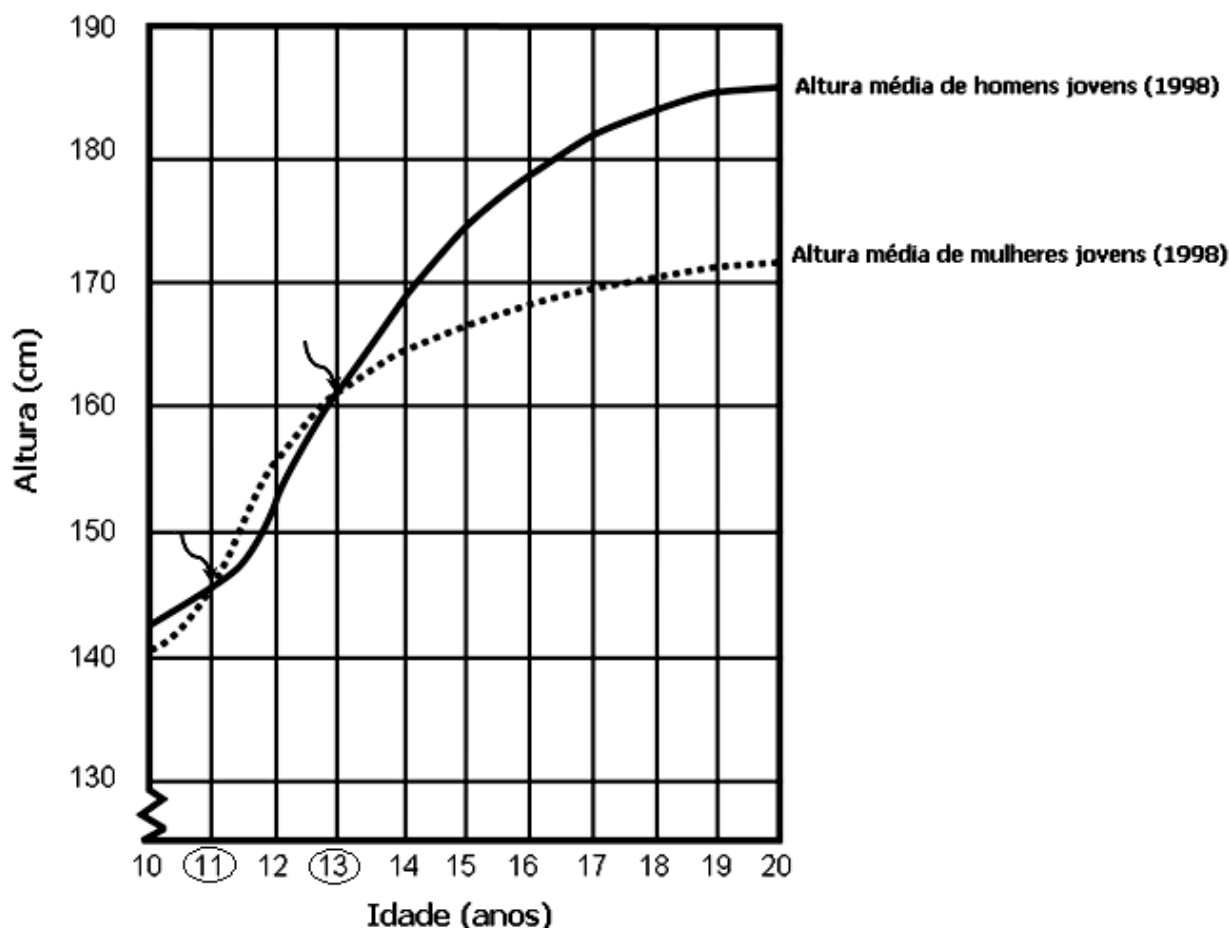
Na figura abaixo, temos um destaque da altura média das mulheres em função da idade.



Vemos que, dos 12 anos aos 20 anos, embora a altura das mulheres aumente com a idade, nessa fase, a taxa de aumento da altura com a idade é menor do que a taxa de aumento da altura com a idade dos 10 aos 12 anos.

#### Item c)

Na figura a seguir, temos destaques das idades entre as quais a altura média das mulheres supera a altura média dos homens: isso ocorre entre os 11 e 13 anos.



### Comentários sobre a resolução da questão 2.3.

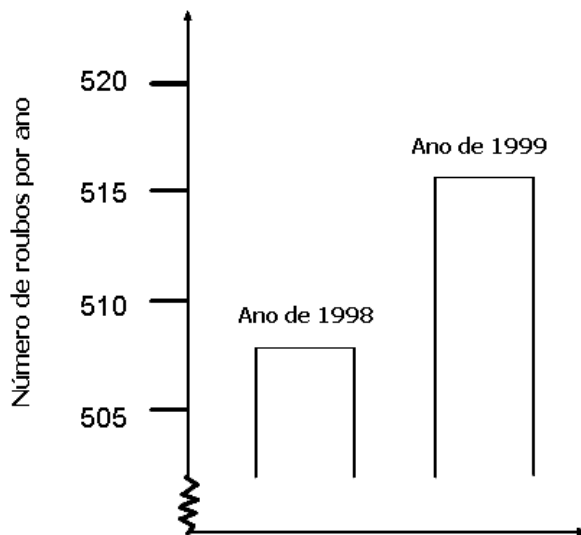
Para resolver à questão 2.3, o estudante deve:

- ✓ ler, em um gráfico, valores de alturas médias de mulheres e de homens, em função da idade, na Holanda em 1998;
- ✓ avaliar variações nas taxas de aumento da altura média das mulheres em determinados períodos;
- ✓ verificar o intervalo de idade em que a altura média das mulheres supera a altura média dos homens.

### QUESTÃO 2.4.

**Tema. Declaração de repórter e correta análise de gráfico sobre roubos ocorridos em 1998 e em 1999.**

**Questão 2.4 (Pisa).** Uma repórter de TV mostrou a figura a seguir e disse: "o gráfico mostra que houve grande aumento no número de roubos de 1998 para 1999".



Você considera que a declaração do repórter seja uma interpretação razoável do gráfico? Dê uma explicação que justifique sua resposta.

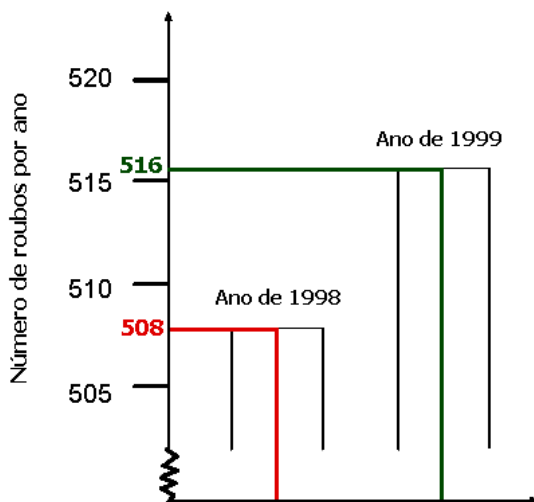
#### Resolução da questão 2.4.

A declaração do repórter não é razoável. As justificativas para essa resposta encontram-se nas análises a seguir, relativas a características do gráfico e a aspectos no conteúdo da declaração do repórter.

#### Características do gráfico.

Há algumas características importantes a serem observadas no gráfico, como as destacadas abaixo.

- Os dados do gráfico referem-se a valores absolutos, e não a valores relativos. Como podemos ver a seguir, o número absoluto de roubos em 1998 foi cerca de 508, e o número absoluto de roubos em 1999 foi cerca de 516.



- A escala do gráfico não se inicia no zero (há uma “quebra” indicada por uma singularidade no eixo vertical).
- A escala é linear e varia de “5 em 5”.
- O aumento percentual de roubos foi de 1,6%, pois:

$$\text{Aumento \%} = \frac{N^{\circ} \text{ de roubos em } 1999 - N^{\circ} \text{ de roubos em } 1998}{N^{\circ} \text{ de roubos em } 1998} \cdot 100\%$$

$$\text{Aumento \%} = \frac{516 - 508}{508} \cdot 100\% = 1,6\%$$

### **Conteúdo da declaração do repórter.**

Há, também, alguns aspectos a serem considerados no conteúdo da declaração do repórter, como os mencionados a seguir.

- Uso do adjetivo “gigantesco”.
- Viés opinativo da declaração.
- Interpretação equivocada dos dados.
- Possível indução da opinião pública.

### **Conclusão.**

A declaração do repórter não corresponde a uma interpretação razoável dos dados apresentados no gráfico.

### **Comentários sobre a resolução da questão 2.4.**

Para resolver à questão 2.4, o estudante deve:

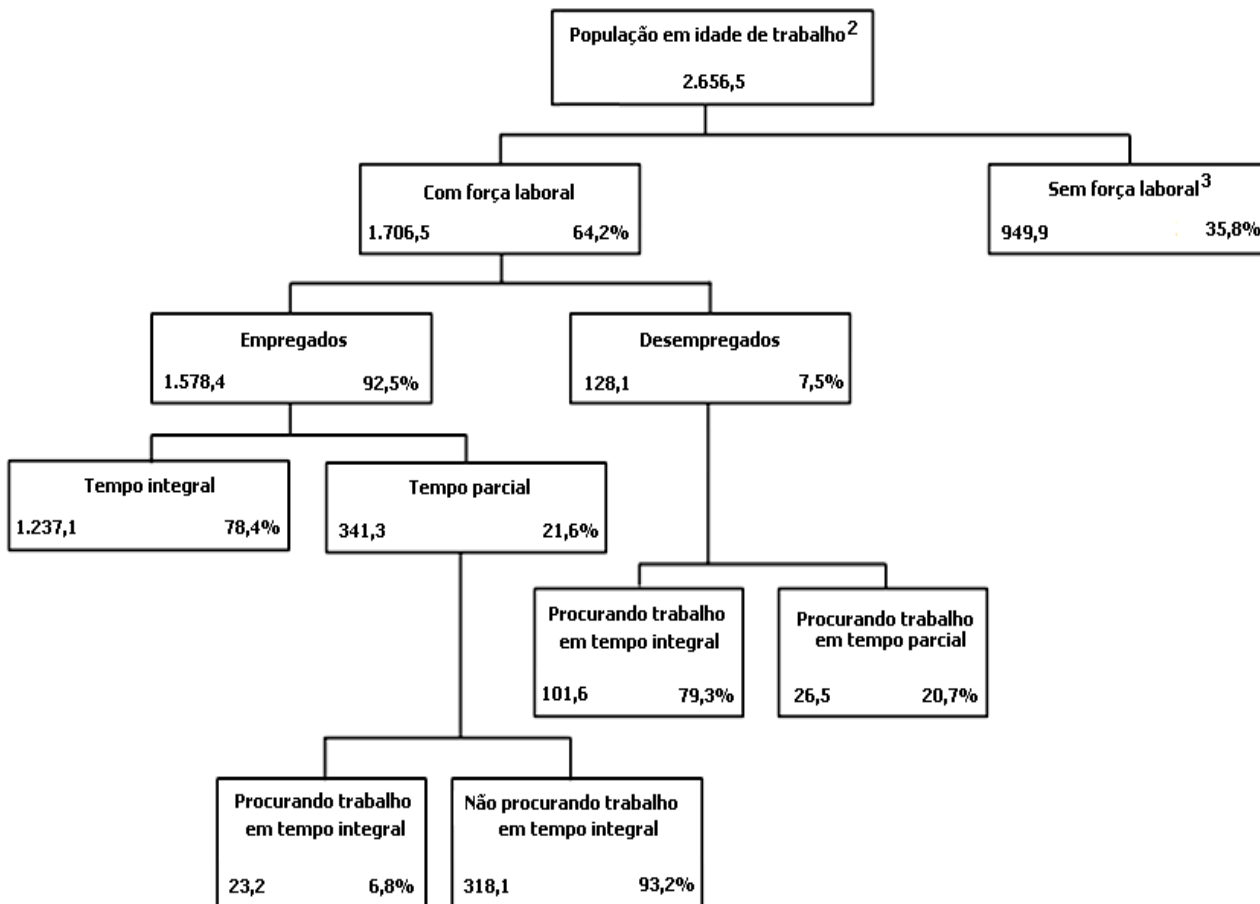
- ✓ fazer cálculos envolvendo percentuais;
- ✓ distinguir valor absoluto de roubos de valor relativo de roubos;
- ✓ verificar a escala de um gráfico;
- ✓ avaliar criticamente o conteúdo de uma declaração de repórter.

### **QUESTÃO 2.5.**

**Tema. Diagrama em árvore sobre a estrutura da força de trabalho em um país em 1995.**

**Questão 2.5 (Pisa).** O diagrama em árvore ilustrado a seguir mostra a estrutura da força de trabalho de um país referente à "população em idade de trabalhar". A população total desse país, em 1995, era de cerca de 3,4 milhões de pessoas.

**Estrutura de força de trabalho ano em 31 de março de 1995 (000s)<sup>1</sup>**



Notas.

1. Os números de pessoas são dados em milhares (000s).

2. A população em idade de trabalhar é definida pelas pessoas entre 15 e 65 anos.

3. Pessoas "sem força laboral" são aquelas que não estão realmente procurando trabalho e/ou não estão aptas para trabalhar.

Fonte. Miller, D. *Form 6 Economics*. ESA Publications. Box 9453. Newmarker, Auckland, NZ, p.64.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Quais são os dois grupos principais segundo os quais a população em idade de trabalhar é dividida?

- A. Empregados e desempregados.
- B. Pessoas em idade ativa e pessoas em idade não ativa.
- C. Trabalhadores em tempo integral e trabalhadores em tempo parcial.
- D. Pessoas com força laboral e pessoas sem força laboral.

**b)** Quantas pessoas em idade ativa não estavam classificadas na categoria de força de trabalho? Escreva o número absoluto de pessoas, não a porcentagem.

**c)** Em qual parte do diagrama em árvore, se for o caso, cada uma das pessoas listadas no quadro abaixo será incluída? O primeiro caso já foi feito.

	"Com força laboral: empregado"	"Com força laboral: desempregado"	"Sem força laboral"	Sem categoria
Garçom de 35 anos que trabalha em meio período.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mulher de negócios de 43 anos que trabalha 60 horas por semana.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Estudante de 21 anos em tempo integral.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Homem de 28 anos que recentemente vendeu sua loja e está procurando trabalho.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mulher de 55 anos que nunca trabalhou ou procurou emprego fora de casa.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Avó de 80 anos que ainda trabalha poucas horas por dia no mercado da família.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**d)** Suponha que a informação sobre a força de trabalho seja dada, todos os anos, em um diagrama em árvore similar ao apresentado na questão. Abaixo, estão listados quatro recursos usados para a elaboração desse diagrama em árvore. Indique se você espera ou não que esses recursos mudem de ano para ano, sublinhando "Com alteração" ou "Sem alteração". O primeiro caso já foi feito para você.

Recursos do diagrama em árvore	Resposta
Nomes em cada caixa (p.e. "Com força laboral")	"Com alteração"/" <u>Sem alteração</u> "
Porcentagens (p.e. "64,2%")	"Com alteração"/"Sem alteração"
Números (p.e. "2.656,5")	"Com alteração"/"Sem alteração"
Notas de rodapé abaixo do diagrama	"Com alteração"/"Sem alteração"

e) A informação sobre a estrutura da força de trabalho foi apresentada em um diagrama em árvore, mas poderia ter sido apresentada de várias outras maneiras, como, por exemplo, em uma descrição escrita, um gráfico de pizza, um gráfico de pontos ou uma tabela.

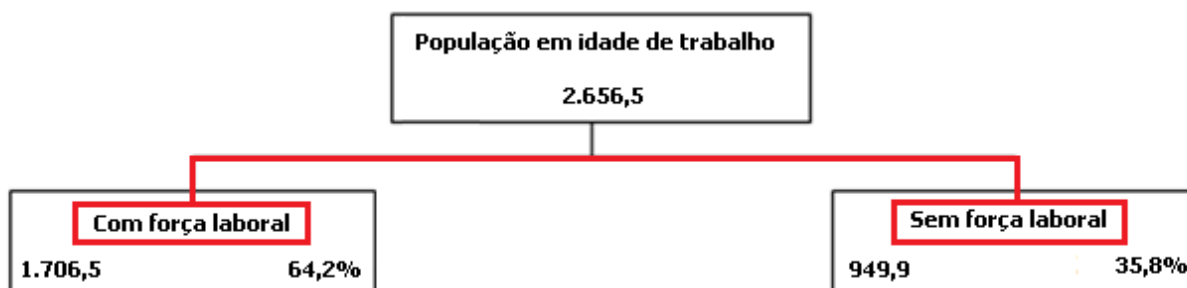
Nessa perspectiva, o diagrama em árvore foi provavelmente escolhido porque é especialmente útil para mostrar

- A. mudanças ao longo do tempo.
- B. tamanho da população total do país.
- C. categorias dentro de cada grupo.
- D. tamanho de cada grupo.

### Resolução da questão 2.5.

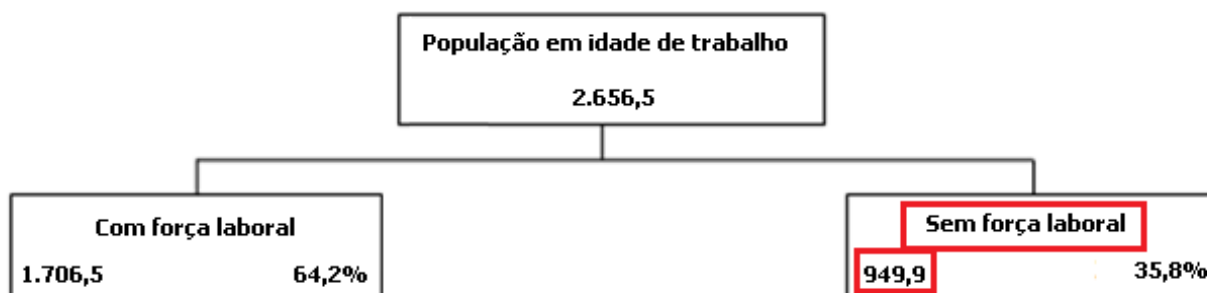
#### Item a)

Conforme pode ser visto no destaque do diagrama do enunciado mostrado a seguir, os dois grupos principais segundo os quais a população em idade de trabalhar é dividida são as pessoas com força laboral e as pessoas sem força laboral.



#### Item b)

Conforme pode ser visto no destaque do diagrama do enunciado mostrado a seguir, o número absoluto de pessoas em idade ativa que não estavam classificadas na categoria de força de trabalho (pessoas sem força laboral) é de 949,9 mil ou 949.900.



Veja que os números de pessoas são dados em milhares (000s). Por isso, a leitura de 949,9 na caixa do diagrama corresponde a 949,9 mil ou 949.900.

**Item c)**

No quadro a seguir, estão indicadas em quais partes do diagrama da árvore, se for o caso, cada as pessoas serão incluídas.

	"Com força laboral: empregado"	"Com força laboral: desempregado"	"Sem força laboral"	Sem categoria
Garçom de 35 anos que trabalha em meio período.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mulher de negócios de 43 anos que trabalha 60 horas por semana.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Estudante de 21 anos em tempo integral.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Homem de 28 anos que recentemente vendeu sua loja e está procurando trabalho.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mulher de 55 anos que nunca trabalhou ou procurou emprego fora de casa.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Avó de 80 anos que ainda trabalha poucas horas por dia no mercado da família.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

**Item d)**

Vamos supor que a informação sobre a força de trabalho seja dada, todos os anos, em um diagrama em árvore como o apresentado no enunciado.

Abaixo, estão listados quatro recursos usados para a elaboração do diagrama da árvore. Também está indicado se é esperado ou não que esses recursos mudem de ano para ano.

Recursos do diagrama em árvore	Resposta
Nomes em cada caixa (p. e. "Com força laboral")	"Com alteração"/" <b>Sem alteração</b> "
Porcentagens (p. e. "64.2%")	<b>"Com alteração"</b> /"Sem alteração"
Números (p. e. "2.656,5")	<b>"Com alteração"</b> /"Sem alteração"
Notas de rodapé abaixo do diagrama	"Com alteração"/" <b>Sem alteração</b> "



Os nomes em cada caixa do diagrama e as notas de rodapé referem-se a definições e a classificações gerais dos trabalhadores, que não variam de ano para ano.

As porcentagens e os números são valores que dependem da realidade de determinado momento, que variam de ano para ano.

### **Item e)**

O diagrama em árvore, que apresenta informações divididas em classes, é particularmente indicado para mostrar categorias dentro de grupos.

Esse é o caso da apresentação da estrutura da força de trabalho na figura do enunciado em que:

- a população em idade de trabalho é dividida em pessoas com força laboral e em pessoas sem força laboral;
- as pessoas com força laboral são divididas em pessoas empregadas e em pessoas desempregadas;
- as pessoas empregadas são divididas em pessoas que trabalham em tempo integral e em pessoas que trabalham em tempo parcial;
- as pessoas que trabalham em tempo parcial são divididas em pessoas que procuram trabalho em tempo integral e em pessoas que não procuram trabalho em tempo integral;
- as pessoas desempregadas são divididas em pessoas que procuram trabalho em tempo integral e em pessoas que não procuram trabalho em tempo integral.

### **Comentários sobre a resolução da questão 2.5.**

Para resolver à questão 2.5, o estudante deve:

- ✓ distinguir valor absoluto de valor percentual;
- ✓ compreender a estrutura de representações em diagrama de árvore;
- ✓ verificar fatores que mudam e fatores que não mudam com o tempo em apresentações sobre a estrutura da força de trabalho.

## **QUESTÃO 2.6.**

**Tema. Emissões de dióxido de carbono e aumento da temperatura da atmosfera terrestre.**

**Questão 2.6 (Pisa).** Leia o texto e responda às perguntas a seguir

### **Efeito estufa: fato ou ficção?**

*Os seres vivos precisam de energia para sobreviver. A energia que sustenta a vida na Terra vem do Sol, que a irradia para o espaço. Uma pequena proporção dessa energia atinge a Terra. A atmosfera da Terra atua como uma manta protetora sobre a superfície do nosso planeta, impedindo as variações de temperatura que ocorreriam em um mundo sem ar.*

*A maior parte da energia irradiada proveniente do Sol passa pela atmosfera terrestre. A Terra absorve parte dessa energia, e outra parte dela é refletida de volta pela superfície da Terra. Parte da energia refletida é absorvida pela atmosfera.*

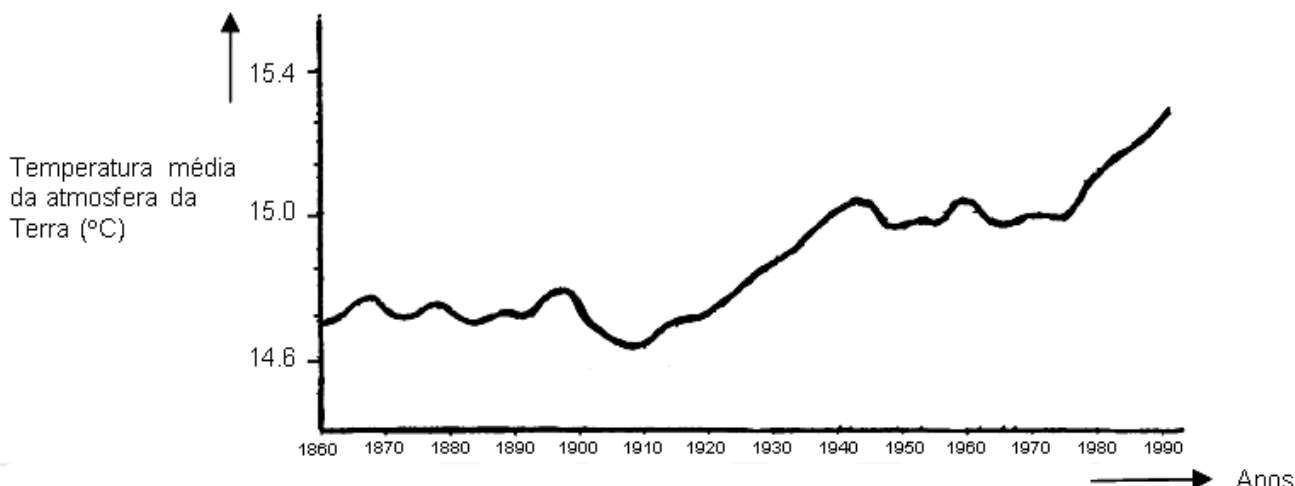
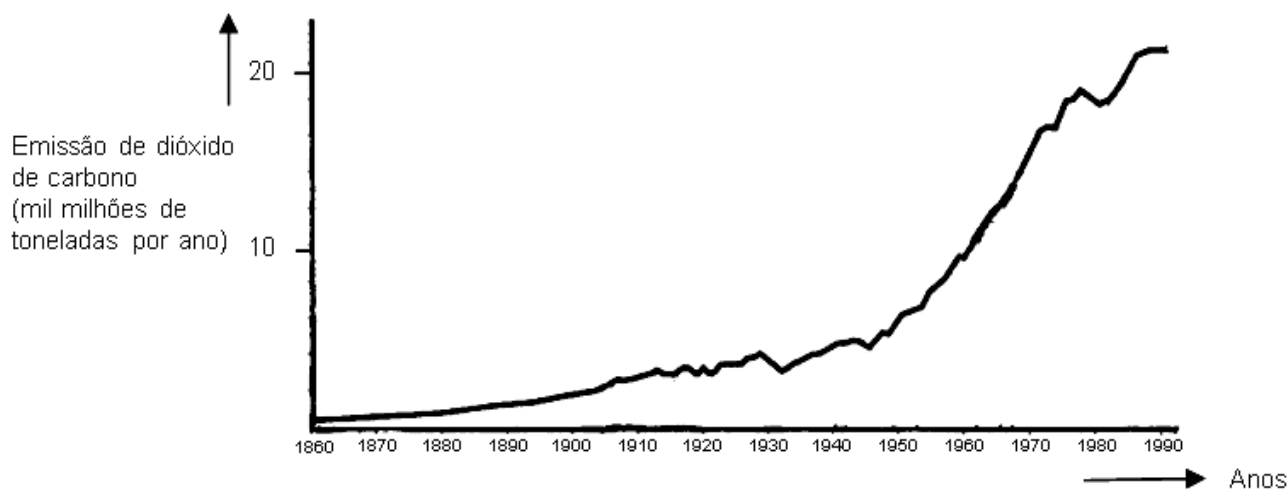
*Como resultado desse processo, a temperatura média acima da superfície da Terra é maior do que seria se não houvesse atmosfera. A atmosfera da Terra tem o mesmo efeito de uma estufa, daí o termo efeito estufa.*

*Verifica-se que o efeito estufa se tornou mais intenso durante o século XX.*

*É um fato que a temperatura média da atmosfera terrestre aumentou. Nos jornais e periódicos, o aumento da emissão de dióxido de carbono é frequentemente declarado como a principal fonte de elevação de temperatura no século XX.*

Imagine que um estudante, chamado André, esteja interessado em investigar a possível relação entre o aumento da temperatura média da atmosfera terrestre e a emissão de dióxido de carbono na Terra.

Em uma biblioteca, ele vê os dois gráficos a seguir.



Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** André afirma, a partir desses dois gráficos, que tem certeza de que o aumento da temperatura média da atmosfera terrestre deve-se ao aumento das emissões de dióxido de carbono. O que existe de informação nos gráficos que justifique a conclusão de André?

**b)** Outra aluna, Jeanne, discorda da conclusão de André. Ela compara os dois gráficos e diz que algumas partes deles não justificam a conclusão do colega. Dê um exemplo de uma parte dos gráficos que não sustenta a conclusão de André. Explique sua resposta.

**c)** André persiste em sua conclusão de que o aumento da temperatura média da atmosfera da Terra é causado pelo aumento da emissão de dióxido de carbono. Mas Jeanne acredita que sua conclusão seja prematura. Ela diz: "Antes de aceitar essa conclusão, você deve ter certeza de que outros fatores que possam influenciar o efeito estufa são constantes". Nomeie um fator ao qual Jeanne pode se referir.

### **Resolução da questão 2.6.**

#### **Item a)**

De modo geral, salvo em alguns trechos, como o correspondente ao período de 1940 a 1980, André observa nos gráficos do enunciado que tanto a emissão de dióxido de carbono (primeiro gráfico) quanto a temperatura média da atmosfera da Terra (segundo gráfico) aumentam com o passar dos anos.

#### **Item b)**

Pela leitura dos gráficos do enunciado, Jeanne observa, por exemplo, que há trechos em que há aumento da emissão de dióxido de carbono (primeiro gráfico) com o tempo sem que haja correspondente aumento da temperatura média da atmosfera da Terra (segundo gráfico).

Vejamos algumas situações específicas que podem não confirmar as conclusões de André.

- Aproximadamente de 1900 a 1910, houve aumento da emissão de dióxido de carbono e diminuição da temperatura média da atmosfera da Terra.
- Aproximadamente de 1980 a 1983, houve queda da emissão de dióxido de carbono e aumento da temperatura média da atmosfera da Terra.
- Aproximadamente de 1860 a 1900, houve aumentos e quedas da emissão de dióxido de carbono e apenas aumento da temperatura média da atmosfera da Terra.
- Aproximadamente de 1950 a 1980, houve aumento da emissão de dióxido de carbono e constância da temperatura média da atmosfera da Terra.
- Em 1940, a temperatura média da atmosfera da Terra foi muito maior do que em 1920 e, de 1920 a 1940, as emissões de dióxido de carbono foram semelhantes.

### Item c)

Outros fatores que poderiam influenciar o efeito estufa são, por exemplo, a destruição da camada de ozônio pelos CFCs (clorofluorcarbonos) provenientes dos aerossóis e o eventual aumento da intensidade da radiação solar.

### Comentários sobre a resolução da questão 2.6.

Para resolver à questão 2.6, o estudante deve:

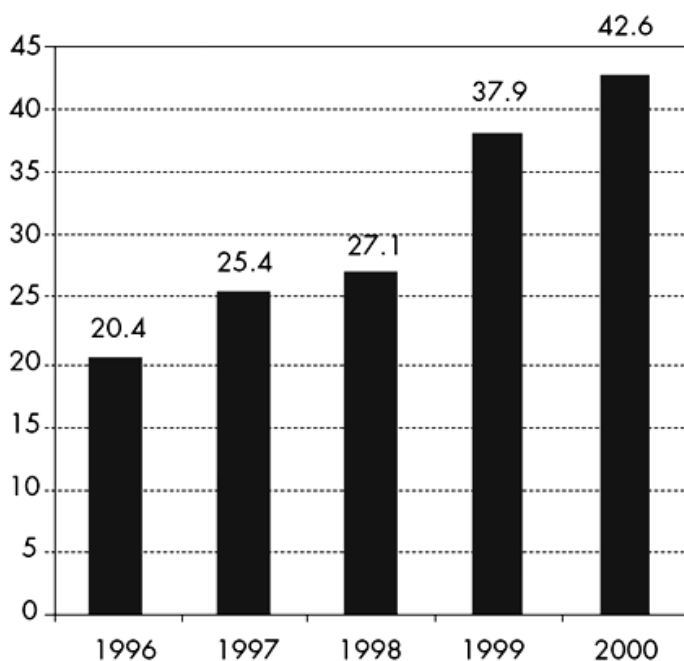
- ✓ entender e comparar informações dadas em gráficos sobre a variação da emissão de dióxido de carbono e a temperatura média da atmosfera da Terra com o passar dos anos;
- ✓ citar fatores que podem causar o efeito estufa.

### QUESTÃO 2.7.

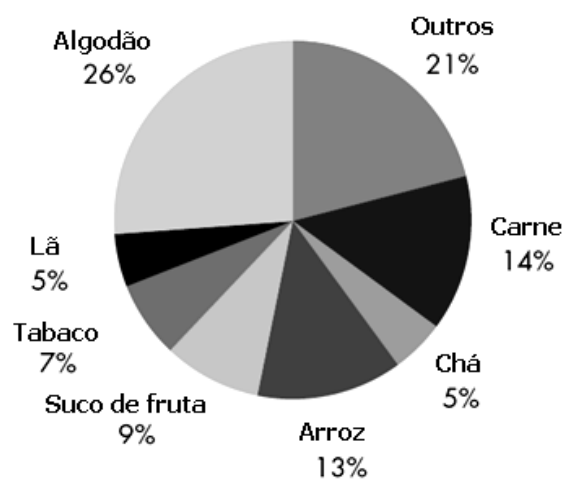
**Tema. Exportações de Zedland, país que usa zeds como moeda corrente, de 1996 a 2000.**

**Questão 2.7 (Pisa).** Os gráficos a seguir mostram informações sobre as exportações de Zedland, país que usa zeds como moeda corrente.

Total anual de exportações de Zedland, em milhões de zeds, de 1996 a 2000



Distribuição das exportações de Zedland em 2000



Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

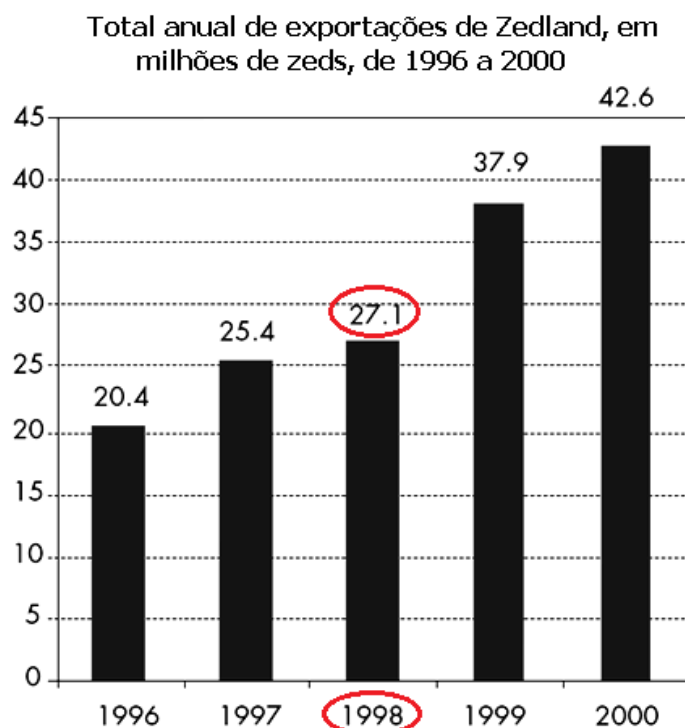
**a)** Qual foi o valor total (em milhões de zeds) de exportações de Zedland em 1998?

**b)** Qual foi o valor (em milhões de zeds) que Zedland recebeu em 2000 pelas exportações de suco de fruta?

**Resolução da questão 2.7.**

**Item a)**

Conforme destacado no gráfico a seguir, as exportações de Zedland em 1998 foram iguais a 27,1 milhões de zeds (27.100.000 zeds).



**Item b)**

Pela leitura do gráfico da esquerda, vemos que, em 2000, as exportações de Zedland foram iguais a 42,1 milhões de zeds (42.100.000 zeds).

Pela leitura do gráfico da direita, vemos que, em 2000, 9% do total exportado por Zedland corresponderam a exportações de suco de de fruta.

Logo, para sabermos o valor (em milhões de zeds) que Zedland recebeu em 2000 pelas exportações de suco de fruta, precisamos calcular 9% de 42.100.000 zeds, conforme indicado a seguir.

$$9\% \text{ de } 42.100.000 \text{ zeds} = \frac{9}{100} \cdot 42.100.000 = 3.789.000 \text{ zeds}$$

Concluimos que a resposta é 3.789.000 zeds ou, aproximadamente, 3,8 milhões de zeds.

### Comentários sobre a resolução da questão 2.7.

Para resolver a questão 2.7, o estudante deve:

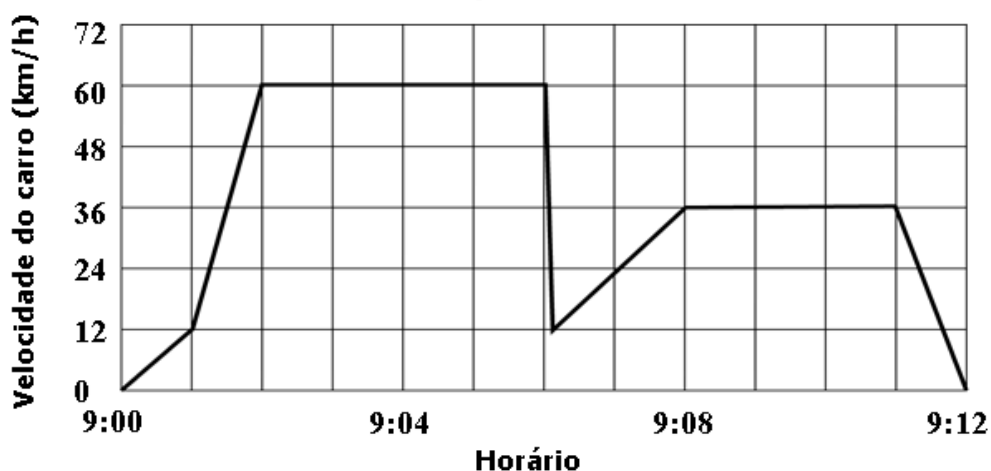
- ✓ compreender duas diferentes representações gráficas (gráfico de barras e gráfico de setores circulares);
- ✓ aplicar determinado percentual de exportação ao total de exportações.

### QUESTÃO 2.8.

**Tema. Comparação entre trajetos de ida e de volta de passeio de carro em que ocorre acidente envolvendo um gato.**

**Questão 2.8 (Pisa).** Kelly saiu de casa para dar uma volta de carro. Durante o trajeto, um gato correu para a frente do carro. Kelly acionou os freios, mas atropelou o animal. Abalada, retornou para casa.

O gráfico a seguir é um registro simplificado da velocidade do carro durante o trajeto de Kelly guiando o automóvel.



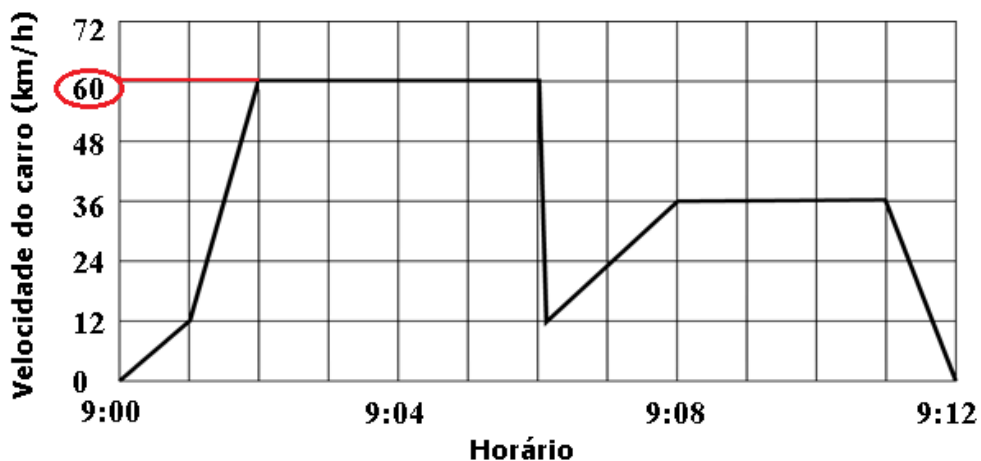
Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

- a) Qual foi a velocidade máxima do carro durante o trajeto?
- b) Qual foi o horário em que Kelly acionou os freios para tentar não atropelar o gato?
- c) O trajeto que Kelly fez para retornar à sua casa foi mais curto do que o trajeto que ela fez até o local em que ocorreu o acidente com o gato? Dê uma explicação que justifique sua resposta, usando as informações fornecidas no gráfico.

### Resolução da questão 2.8.

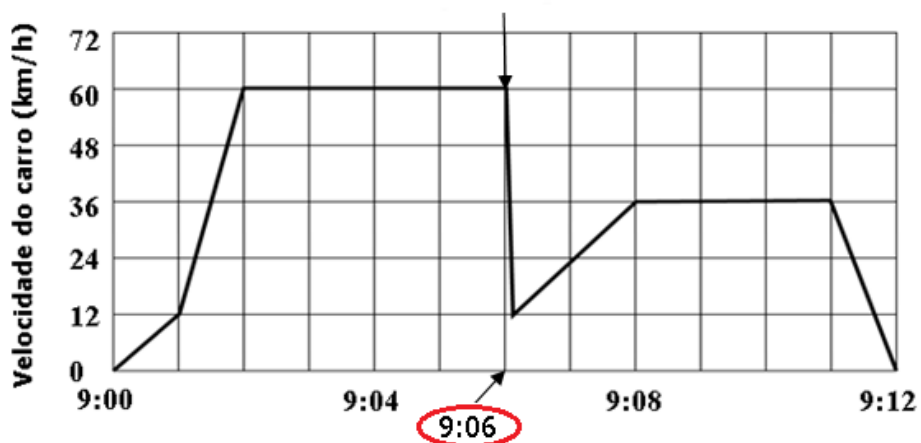
#### Item a)

A velocidade máxima do carro durante o trajeto foi de 60km/h, conforme lido no gráfico do enunciado e destacado na figura a seguir.



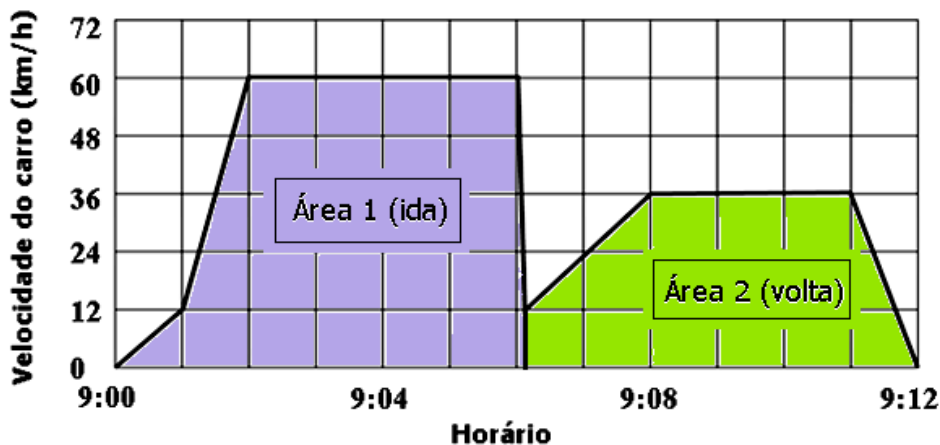
#### Item b)

No instante 9:06, Kelly acionou os freios para tentar não atropelar o gato, pois, nesse momento, há repentina queda de velocidade, conforme indicado na figura a seguir.



#### Item c)

O trajeto que Kelly fez para retornar à sua casa foi mais curto do que o trajeto que ela fez até o local em que ocorreu o acidente com o gato. Isso pode ser visto na figura a seguir, em que a área 2, que corresponde ao trajeto de volta, é menor do que a área 1, que corresponde ao trajeto de ida.



### Comentários sobre a resolução da questão 2.8.

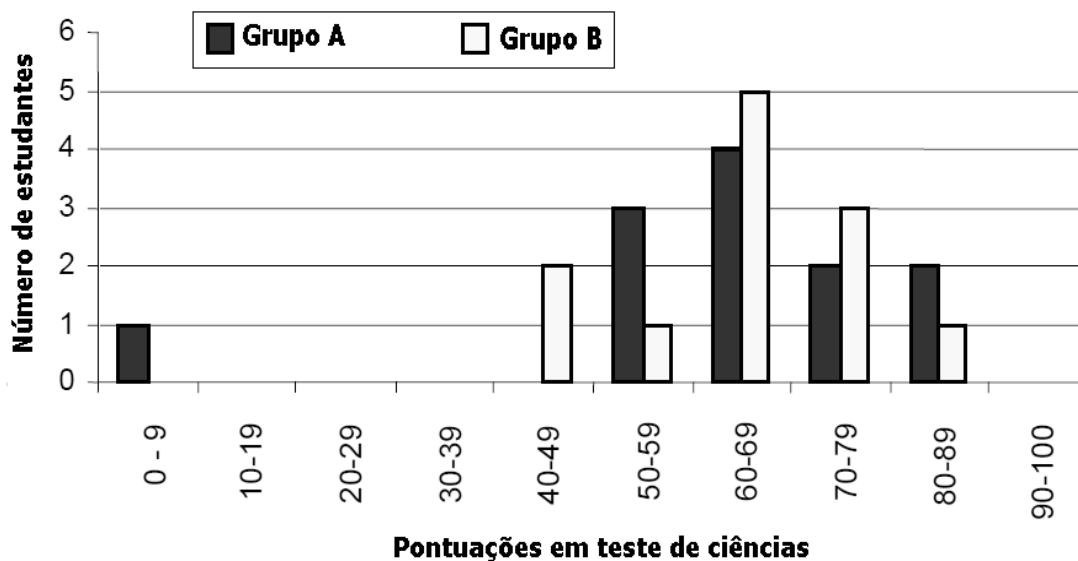
Para resolver a questão 2.8, o estudante deve:

- ✓ identificar o valor máximo de velocidade em um gráfico de velocidade por tempo;
- ✓ verificar o momento de frenagem em um gráfico de velocidade por tempo;
- ✓ avaliar o espaço percorrido por um automóvel em um gráfico de velocidade por tempo.

### QUESTÃO 2.9.

**Tema. Pontuações de dois grupos de estudantes em teste de ciências.**

**Questão 2.9 (Pisa).** O diagrama a seguir mostra os resultados de dois grupos de estudantes, chamados de grupo A e grupo B, em um teste de ciências. A pontuação média do grupo A é 62 e a pontuação média do grupo B é 64,5. Para serem aprovados nesse teste, os estudantes precisam fazer 50 pontos ou mais.





Observando o diagrama, a professora diz que, no teste de ciências, o grupo B foi melhor do que o grupo A.

Os estudantes do grupo A não concordam com a docente, e tentam convencê-la de que o grupo B pode não ser necessariamente o melhor.

Dê um argumento matemático, usando o gráfico, que possa ser utilizado pelo grupo A.

### Resolução da questão 2.9.

Pela leitura do gráfico do enunciado, podemos construir o quadro a seguir.

Faixa de pontuação	Nº de alunos do grupo A	Nº de alunos do grupo B
0 - 9	1	0
10 - 19	0	0
20 - 29	0	0
30 - 39	0	0
40 - 49	0	2
50 - 59	3	1
60 - 69	4	5
70 - 79	2	3
80 - 89	2	1

Vemos que, embora a pontuação média do grupo A (62 pontos) seja inferior à pontuação média do grupo B (64,5 pontos), mais estudantes do grupo A passaram no teste. Observamos que, no grupo A, há apenas 1 aluno reprovado (que fez entre 0 e 9 pontos), e, no grupo B, há 2 alunos reprovados (que fizeram entre 40 e 49 pontos).

Também podemos verificar que há mais alunos do grupo A entre os que obtiveram as maiores notas do que alunos do grupo B (2 alunos do grupo A fizeram entre 80 e 89 pontos e somente 1 aluno no grupo B ficou nessa faixa).

Assim, há argumentos matemáticos, extraídos do gráfico, que podem ser usados pelo grupo A para convencer a professora de que o grupo B não foi melhor do que o grupo A.

### Comentários sobre a resolução da questão 2.9.

Para resolver à questão 2.9, o estudante deve:

- ✓ ler e interpretar dados de um gráfico de barras;
- ✓ compreender pontuações expressas em faixas de valores;
- ✓ comparar desempenhos de dois grupos de alunos em teste de ciências usando diferentes critérios, como pontuação média, quantidade de alunos reprovados e quantidade de alunos com maiores notas;
- ✓ usar argumentos matemáticos que sustentem a ideia de que um grupo de alunos teve melhor desempenho em um teste do que outro grupo.

### QUESTÃO 2.10.

#### Tema. Variações nos níveis do lago Chad e arte rupestre no Saara.

**Questão 2.10 (Pisa).** A figura 1 mostra as variações nos níveis do lago Chad, na África do Sul. Esse lago desapareceu completamente em cerca de 20.000 aC, durante a última Era do Gelo. Em cerca de 11.000 aC, ele reapareceu. Hoje, seu nível é quase o mesmo que era em 1.000 dC.

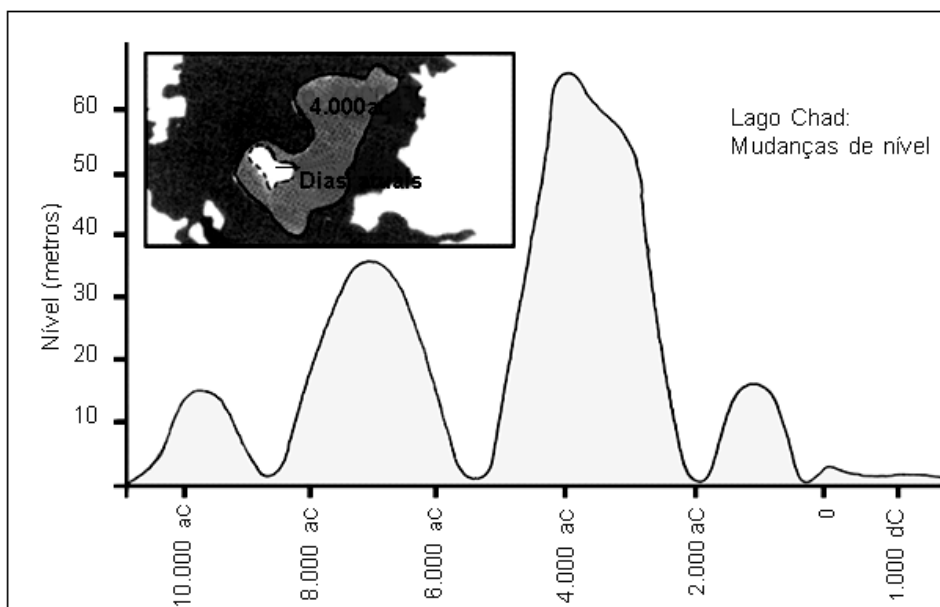


Figura 1.

A figura 2 refere-se à arte rupestre do Saara, representada por desenhos ou pinturas antigas encontradas nas paredes de cavernas, e aos padrões de mudança de vida selvagem.

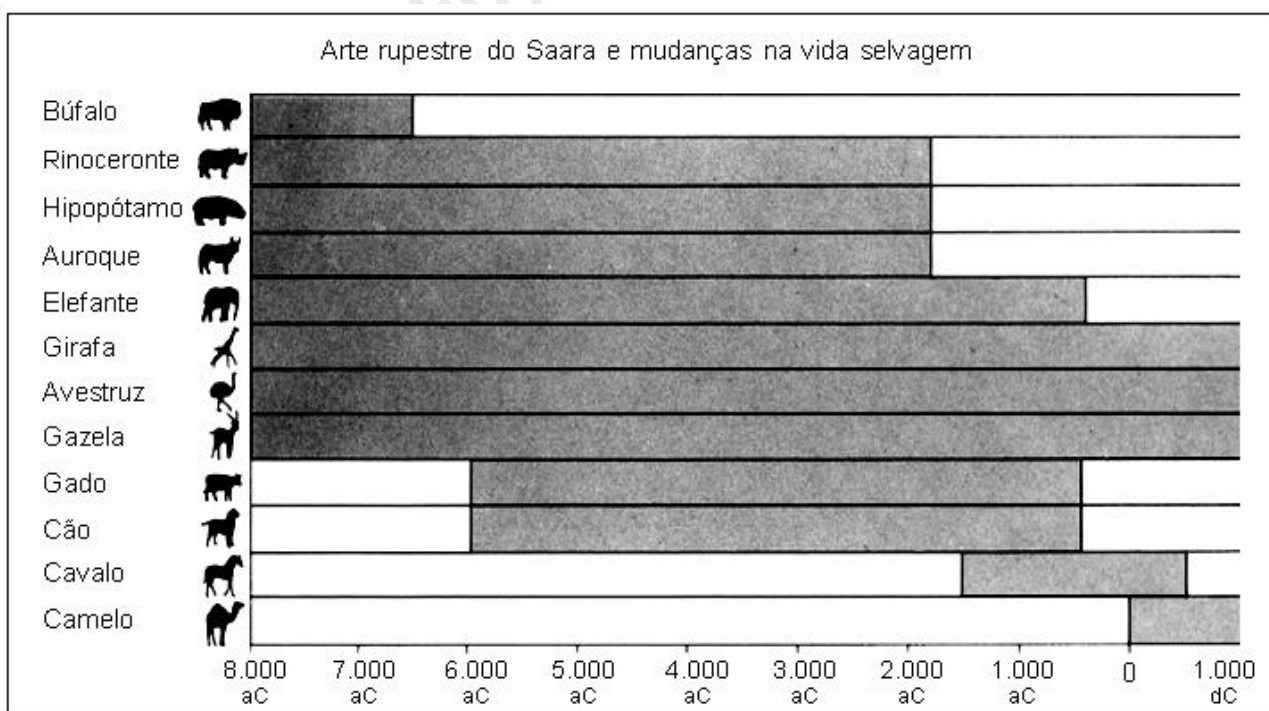


Figura 2.

Fonte. Copyright Bartholomew Ltd. 1988. Extracted from *The Times Atlas of Archaeology* and reproduced by permission of Harper Collins Publishers.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Qual é a profundidade do lago Chad hoje?

**b)** Em aproximadamente qual ano o gráfico da figura 1 começa?

**c)** Por que o autor escolheu iniciar o gráfico nesse momento?

**d)** A figura 2 baseia-se no pressuposto de que

- A. os animais da arte rupestre estavam presentes na área no momento em que foram desenhados.
- B. os artistas que desenharam os animais eram altamente qualificados.
- C. os artistas que desenharam os animais puderam viajar amplamente.
- D. não houve tentativa de domesticar os animais que foram retratados na arte rupestre.

**e)** Para este item, você precisa reunir informações da figura 1 e da figura 2.

O desaparecimento de rinocerontes, hipopótamos e auroques na arte rupestre do Saara aconteceu

- A. no início da mais recente Idade do Gelo.
- B. no meio do período em que o Lago Chad estava no seu nível mais alto.
- C. depois que o nível do lago Chad estava caindo por mais de mil anos.
- D. no início de um período seco ininterrupto.

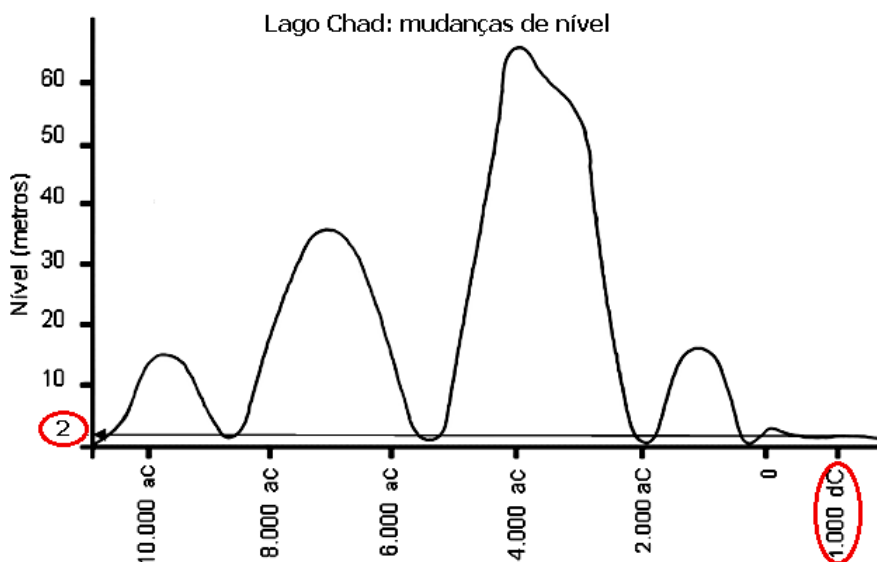
### **Resolução da questão 2.10.**

#### **Item a)**

Conforme destacado na figura a seguir, vemos que a profundidade do lago Chad em 1.000 dC era de cerca de 2 metros.

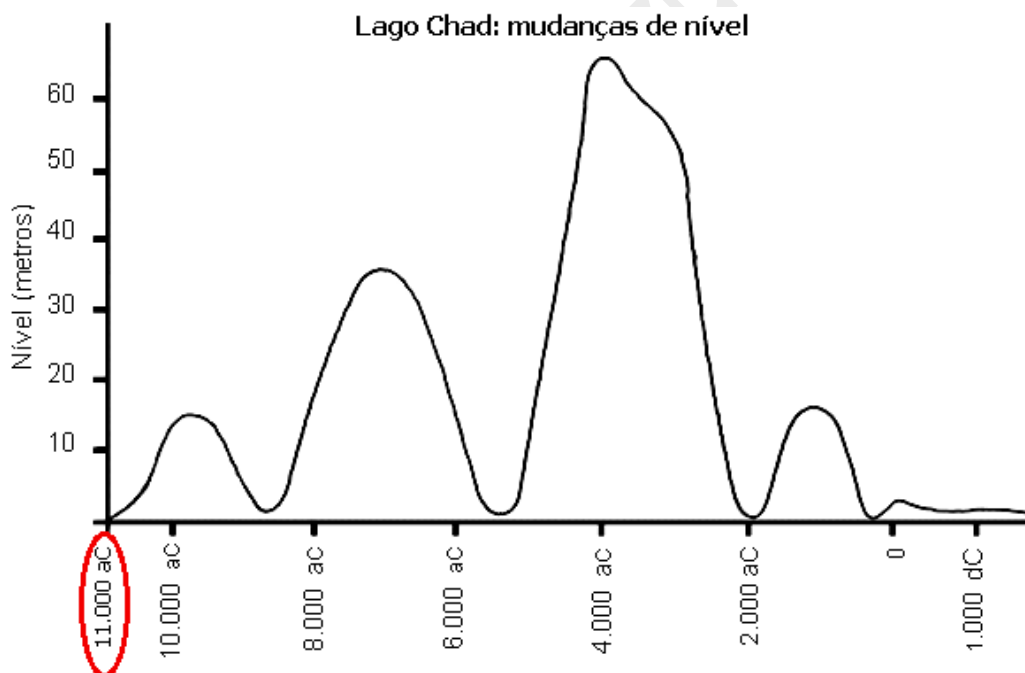
No enunciado, foi dito que o nível do lago Chad hoje é quase o mesmo que era em 1.000 dC.

Logo, atualmente, a profundidade do lago Chad é de cerca de 2 metros.



**Item b)**

Conforme destacado na figura a seguir, vemos que o gráfico da figura 1 começa em cerca de 11.000 aC.



**Item c)**

O autor escolheu iniciar o gráfico 1 em 11.000 aC porque esse foi o momento em que o lago Chad reapareceu. Conforme dito no enunciado, "o lago Chad desapareceu completamente em cerca de 20.000 aC (...) e, em cerca de 11.000 aC, ele reapareceu".

**Item d)**

A figura 2, que abrange o período de 8.000 aC a 1.000 dC, baseia-se no pressuposto de que os animais da arte rupestre nela retratados estavam presentes na região do Saara no momento em que foram desenhados (alternativa A).

**Item e)**

Pela leitura da figura 2, vemos que o desaparecimento de rinocerontes, hipopótamos e auroques na arte rupestre do Saara aconteceu em aproximadamente 2.000 aC. Pela leitura da figura 1, vemos que cerca de 2.000 aC corresponde a data posterior à data em que o nível do lago Chade estava caindo por mais de mil anos (alternativa C).

**Comentários sobre a resolução da questão 2.10.**

Para resolver à questão 2.10, o estudante deve:

- ✓ ler e interpretar o texto introdutório do enunciado e os valores de profundidade do lago Chad com o tempo dados em gráfico;
- ✓ compreender uma escala gráfica que utiliza períodos aC (antes de Cristo) e dC (depois de Cristo);
- ✓ associar momentos em representações gráficas de arte rupestre encontrada no Saara e de valores de profundidade do lago Chad.

**QUESTÃO 2.11.**

**Tema. Tempos de decomposição de alguns tipos de lixo.**

**Questão 2.11 (Pisa).** Para a realização de uma tarefa sobre o meio ambiente, estudantes coletaram informações a respeito dos tempos de decomposição de alguns tipos de lixo que as pessoas costumam gerar e obtiveram as informações indicadas no quadro a seguir.

<b>Tipo de lixo</b>	<b>Tempos de decomposição</b>
Casca de banana	1 a 3 anos
Casca de laranja	1 a 3 anos
Caixa de papelão	0,5 ano
Goma de mascar	20 a 25 anos
Jornal	Poucos dias
Copo de poliestireno	Mais de 100 anos

Um dos estudantes pensa em apresentar essas informações na forma de um gráfico de barras. Apresente uma razão que justifique o fato de um gráfico de barras ser inadequado para a apresentação desses dados.

### **Resolução da questão 2.11.**

Há diversas razões que justificam o fato de um gráfico de barras ser inadequado para a apresentação dos dados do quadro do enunciado. Algumas delas estão expostas a seguir.

- Como os tempos de decomposição dos diversos tipos de lixo têm magnitudes distintas, que variam de poucos dias até mais de 100 anos, a diferença entre os comprimentos das barras no gráfico de barras seria muito grande. Por exemplo, se o comprimento da barra para representar o tempo de decomposição do jornal fosse da ordem de 1 centímetro, o comprimento da barra para representar o tempo de decomposição do copo de poliestireno seria da ordem de 300 metros.
- Os tempos de decomposição de alguns tipos de lixo foram dados em faixas e não é possível fazer uma barra equivalente a "valores indeterminados", como "entre 1 a 3 anos" ou "mais de 100 anos".

### **Comentários sobre a resolução da questão 2.11.**

Para resolver à questão 2.11, o estudante deve:

- ✓ observar as diferentes ordens de grandeza dos tempos de decomposição dos diversos tipos de lixo;
- ✓ verificar que os tempos de decomposição de alguns tipos de lixo foram dados em faixas;
- ✓ avaliar as características dos dados presentes no quadro do enunciado e sua inadequação para a apresentação em um gráfico de barras.

### CAPÍTULO 3. Proposta, interpretação e aplicação de fórmula matemática.

Uma fórmula matemática pode “dizer muita coisa” de modo bastante conciso. Vejamos um exemplo.

A energia cinética de um corpo em movimento é definida como a metade do produto (multiplicação) da massa desse corpo multiplicada pelo quadrado da sua velocidade.

Essa definição poderia ser escrita de maneira “mais direta” por meio de uma fórmula ou equação?

Sim. Para isso, precisamos, inicialmente, usar símbolos para a representação das grandezas envolvidas no cálculo da energia cinética. Podemos utilizar, por exemplo, os símbolos a seguir.

- $E_c$ : energia cinética do corpo, em Joules (J).
- $m$ : massa do corpo, em kg (quilogramas).
- $v$ : velocidade do corpo, em m/s (metros por segundo).

Como a energia cinética  $E_c$  de um corpo em movimento é definida como a metade do produto (multiplicação) da massa  $m$  desse corpo pelo quadrado da sua velocidade  $v$ , temos a seguinte fórmula:

$$E_c = \frac{m.v^2}{2}$$

Por exemplo, considere uma bola de bilhar de massa  $m$  igual a meio quilo (0,5kg) que se mova à velocidade  $v$  de 0,6m/s. Qual é a energia cinética dessa bola?



Photo. Flickr/ Ruth\_W – CC BY-NC-ND 2.0

Pela fórmula apresentada, podemos calcular a energia cinética  $E_{cb}$  da bola de bilhar, que é 0,09J, pois:

$$E_{Cb} = \frac{m.v^2}{2} = \frac{0,5.(0,6)^2}{2} = 0,09J$$

Agora, imagine que um caminhão de massa  $m$ , sem carregamento, esteja em movimento retilíneo e uniforme com velocidade  $v$ . Nesse caso, a energia cinética  $E_{c1}$  do caminhão é:

$$E_{C1} = \frac{m.v^2}{2}$$

Se esse caminhão receber um carregamento, de modo que sua massa seja duplicada, sem haver alteração na velocidade, qual será sua energia cinética  $E_{C2}$ ?

Como a massa do caminhão é duplicada, ela passa de  $m$  para  $2m$ . A velocidade permanece  $v$ . Logo, a energia cinética  $E_{C2}$  é o dobro da energia cinética  $E_{C1}$ , pois:

$$E_{C2} = \frac{2m.v^2}{2} = 2 \cdot \frac{m.v^2}{2} = 2.E_{C1}$$

Volte a pensar no caminhão de massa  $m$ , sem carga. Se ele dobrar a velocidade, qual será sua energia cinética  $E_{C3}$ ?

Como a velocidade do caminhão é duplicada, ela passa de  $v$  para  $2v$ . A massa permanece  $m$ . Logo, a energia cinética  $E_{C3}$  é o quádruplo da energia cinética  $E_{C1}$ , pois:

$$E_{C3} = \frac{m.(2v)^2}{2} = \frac{m.2^2.v^2}{2} = \frac{m.4.v^2}{2} = 4 \cdot \frac{m.v^2}{2} = 4.E_{C1}$$

Veja, pelo exemplo do caminhão, que a influência da alteração da massa na energia cinética é "direta", já a influência da alteração da velocidade na energia cinética tem impacto "ao quadrado".

A situação estudada é útil para auxiliar na resolução das questões 3.1 a 3.4, extraídas do Pisa e traduzidas com algumas adaptações.

### QUESTÃO 3.1.

#### Tema. Administração de medicamento por gotejamento intravenoso.

**Questão 3.1 (Pisa).** Os gotejamentos intravenosos são usados para administrar fluidos e drogas aos pacientes, conforme ilustrado a seguir.





Os enfermeiros precisam calcular a taxa de gotejamento  $D$ , em gotas por minuto, para gotejamentos intravenosos. Para isso, eles usam a seguinte fórmula:  $D = \frac{d.v}{60.n}$

Nessa expressão, temos o que segue.

- $d$  é o fator de gotejamento, medido em gotas por mL.
- $v$  é o volume do gotejamento intravenoso, em mL.
- $n$  é o número de horas necessárias para que o gotejamento corra.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Uma enfermeira quer dobrar o tempo que um gotejamento intravenoso leva para correr. Com base nessa intenção, descreva como  $D$  muda se  $n$  for duplicado, sem que  $d$  e  $v$  sofram alterações.

**b)** Os enfermeiros também precisam calcular o volume  $v$  do gotejamento intravenoso, que corre à taxa  $D$  de gotejamento.

Imagine que um gotejamento intravenoso com taxa de gotejamento de 50 gotas por minuto deva ser administrado a um paciente por 3 horas. Nessa situação, o fator de gotejamento é de 25 gotas por mL. Nesse caso, qual é o volume, em mL, do gotejamento intravenoso?

### Resolução da questão 3.1.

Primeiramente, precisamos dizer que uma equação matemática é uma sentença que faz uma afirmação com símbolos.

#### Item a)

Se uma enfermeira quer dobrar o tempo que um gotejamento intravenoso leva para correr, ela precisa fazer com que o número de horas necessárias para que o gotejamento termine passe de  $n$  para  $2n$ .

Informa-se que o fator de gotejamento  $d$  e o volume  $v$  do gotejamento intravenoso não sofrem alterações.

Quando o tempo de gotejamento é  $n$ , a taxa de gotejamento  $D_1$  é dada por:

$$D_1 = \frac{d.v}{60.n}$$

Quando o tempo de gotejamento é  $2n$ , a taxa de gotejamento  $D_2$  é dada por:

$$D_2 = \frac{d.v}{60.2n} = \frac{1}{2} \frac{d.v}{60.n} = \frac{d.v}{60.n \cdot 2}$$

Podemos ver, pela fórmula acima, que  $\frac{1}{2}$  multiplicado por  $\frac{d.v}{60.n}$  é igual à metade de  $\frac{d.v}{60.n}$ .

Como  $\frac{d.v}{60.n}$  é igual a  $D_1$ , podemos escrever:

$$D_2 = \frac{d.v}{60.2n} = \frac{d.v}{2 \cdot 60.n} = \frac{D_1}{2}$$

Logo, se o tempo que um gotejamento intravenoso dobrar, sem que ocorram alterações em outros parâmetros, a taxa de gotejamento fica metade do que era.

### Item b)

Um gotejamento intravenoso com taxa de gotejamento  $D$  de 50 gotas por minuto deve ser administrado a um paciente pelo tempo  $n$  de 3 horas, com fator de gotejamento  $d$  de 25 gotas por mL. Ou seja, temos o que segue.

- $D = 50$  gotas/min
- $n = 3$  horas
- $d = 25$  gotas/mL

Vemos que  $D$ ,  $n$  e  $d$  já estão nas unidades especificadas no enunciado. Assim:

$$D = \frac{d \cdot v}{60 \cdot n} \Rightarrow 50 = \frac{25 \cdot v}{60 \cdot 3}$$

$$50 \cdot 60 \cdot 3 = 25 \cdot v \Rightarrow 9.000 = 25 \cdot v$$

$$\frac{9.000}{25} = v \Rightarrow v = 360mL$$

Logo, o volume do gotejamento intravenoso é de 360mL.

### Comentários sobre a resolução da questão 3.1.

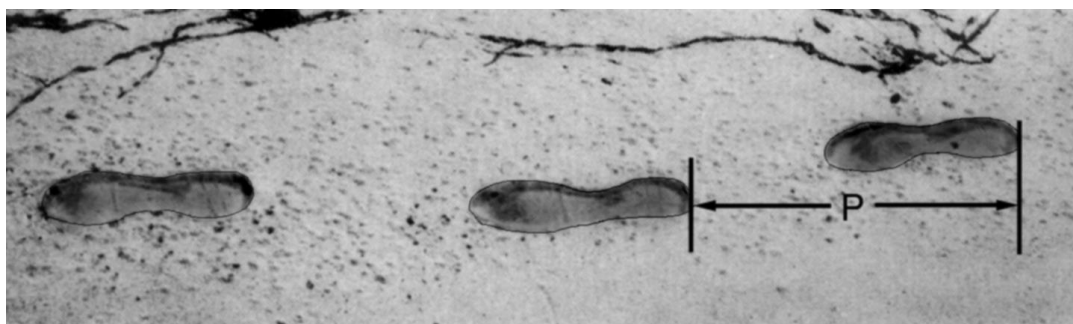
Para resolver à questão 3.1, o estudante deve:

- ✓ observar como as variáveis se comportam em uma fórmula para o cálculo da taxa de gotejamentos intravenosos;
- ✓ realizar cálculo de volume do gotejamento intravenoso.

### QUESTÃO 3.2.

**Tema. Relação entre o número de passos por minuto e o comprimento do passo de um homem caminhando.**

**Questão 3.2 (Pisa).** Na figura a seguir, estão apresentadas pegadas de um homem caminhando. A medida  $P$  é a distância entre as "traseiras" de duas pegadas consecutivas.



Para homens, a fórmula  $\frac{n}{P} = 140$  fornece uma aproximação para a relação entre  $n$  e  $P$ , sendo  $n$  o número de passos por minuto e  $P$  o comprimento do passo (em metros).

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

- a)** Imagine que a fórmula seja aplicada a Heiko caminhando, que anda a 70 passos por minuto. Qual é o comprimento do passo de Heiko?
- b)** Imagine que a fórmula seja aplicada a Bernard, que sabe que seu passo tem comprimento de 0,80 metros. Qual é a velocidade de caminhada de Bernard, tanto em m/s quanto em km/h?

### Resolução da questão 3.2.

#### Item a)

O número  $n$  de passos por minuto que Heiko realiza ao caminhar é de 70 passos por minuto.

Foi dito para se aplicar a fórmula  $\frac{n}{P} = 140$  ao caso de Heiko, sendo  $P$  o comprimento do passo (em metros). Então:

$$\frac{n}{P} = 140 \Rightarrow \frac{70}{P} = 140$$

$$70 = 140 \cdot P$$

$$\frac{70}{140} = P \Rightarrow P = 0,5m$$

Logo, o comprimento do passo de Heiko é de meio metro (0,5m).

### Item b)

Foi dito para se aplicar a fórmula  $\frac{n}{P} = 140$  ao caso de Bernard, cujo comprimento de passo é 0,80 metros. Logo:

$$\frac{n}{P} = 140 \Rightarrow \frac{n}{0,80} = 140$$

$$n = 140 \cdot 0,80 \Rightarrow n = 112 \text{ passos/min}$$

Assim, Bernard caminha a 112 passos por minutos.

Como cada passo de Bernard mede 0,8 metros, sua velocidade de caminhada é de 89,6 metros por minutos, pois:

$$112 \frac{\text{passos}}{\text{min}} = 112 \cdot 0,80 \frac{m}{\text{min}} = 89,6 \frac{m}{\text{min}}$$

Foi pedido para que essa velocidade também fosse dada em em km/h. Para fazermos essa conversão, precisamos ter em mente que 1 metro equivale a 1/1.000 quilômetros e que 1 minuto equivale a 1/60 horas. Assim, a velocidade de caminhada de Bernard é de 5,376 quilômetros por hora, pois:

$$89,6 \frac{m}{\text{min}} = 89,6 \frac{\frac{1}{1.000} km}{\frac{1}{60} h} = 89,6 \cdot \frac{60}{1.000} \frac{km}{h} = 5,376 \frac{km}{h}$$

### Comentários sobre a resolução da questão 3.2.

Para resolver à questão 3.2, o estudante deve:

- ✓ observar como as variáveis se comportam em uma fórmula que fornece uma aproximação para a relação entre o número  $n$  de passos por minuto e o comprimento  $P$  do passo de uma pessoa;
- ✓ realizar conversões de unidades (de m/s para km/h).

### QUESTÃO 3.3.

#### Tema. Sistema de pontuação para classificação de carros.

**Questão 3.3 (Pisa).** Uma loja de carros usa um sistema de classificação para avaliar carros novos, e fornece o título de "O Carro do Ano" para o automóvel com a mais elevada pontuação total. Cinco carros (Ca, M2, Sp, N1 e KK) estão sendo avaliados, e suas pontuações estão mostradas no quadro abaixo.

Carro	Itens de segurança (S)	Eficiência do combustível (F)	Aparência do combustível (E)	Ajustes internos (T)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
KK	3	2	3	2

Os valores do quadro têm a interpretação a seguir.

- 3 pontos: excelente.
- 2 pontos: bom.
- 1 ponto: aceitável.

Para calcular a pontuação total de um carro, a loja usa a regra a seguir.

$$\text{Pontuação Total} = (3 \times S) + F + E + T$$

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Qual é a pontuação total do carro "Ca"?

**b)** Proponha uma nova regra para calcular a pontuação total a fim de que o carro "Ca" seja o vencedor. Nessa regra, devem ser incluídas todas as variáveis (S, F, E e T). Escreva-a a seguir, preenchendo as lacunas com coeficientes positivos.

$$\text{Pontuação Total} = \dots \times S + \dots \times F + \dots \times E + \dots \times T.$$

### Resolução da questão 3.3.

#### Item a)

Pela leitura do quadro do enunciado, vemos que, para o carro "Ca", temos os parâmetros abaixo.

- Itens de segurança:  $S=3$
- Eficiência do combustível:  $F=1$
- Aparência do combustível:  $E=2$
- Ajustes internos:  $T=3$

A pontuação total de um carro é dada pela fórmula a seguir.

$$\text{Pontuação Total} = (3 \times S) + F + E + T$$

Logo, a pontuação total do carro "Ca" é de 15 pontos, pois:

$$\text{Pontuação Total do Carro "Ca"} = (3 \times 3) + 1 + 2 + 3 = 15 \text{ pontos}$$

#### Item b)

Há várias fórmulas que podem ser propostas para que o carro "Ca" seja o vencedor. Nelas, devem ter maiores "pesos" os itens de segurança (S) e os ajustes internos (E), pois são os quesitos em que o carro "Ca" tem pontuação máxima. A eficiência do combustível (F) deve ter menor "peso", pois é o quesito em que o carro "Ca" tem pontuação mínima. A aparência do combustível (T) não deve ter peso muito elevado, pois o carro "Ca" não tem pontuação máxima nesse quesito, mas os carros "Sp", "N1" e "KK" têm.

Uma opção de regra em que estão incluídas todas as variáveis (S, F, E e T) e que torna o carro "Ca" vencedor é a seguinte:

$$\text{Pontuação Total} = 5 \times S + 1 \times F + 2 \times E + 6 \times T.$$

Com essa proposta, as pontuações dos carros ficam como segue.

- Pontuação Total do Carro "Ca" =  $5 \times 3 + 1 \times 1 + 2 \times 2 + 6 \times 3 = 38$  pontos
- Pontuação Total do Carro "M2" =  $5 \times 2 + 1 \times 2 + 2 \times 2 + 6 \times 2 = 28$  pontos
- Pontuação Total do Carro "Sp" =  $5 \times 3 + 1 \times 1 + 2 \times 3 + 6 \times 2 = 34$  pontos
- Pontuação Total do Carro "N1" =  $5 \times 1 + 1 \times 3 + 2 \times 3 + 6 \times 3 = 32$  pontos
- Pontuação Total do Carro "KK" =  $5 \times 3 + 1 \times 2 + 2 \times 3 + 6 \times 2 = 35$  pontos

### Comentários sobre a resolução da questão 3.3.

Para resolver à questão 3.3, o estudante deve:

- ✓ aplicar dados a uma fórmula que calcula a pontuação de carros em função de quatro variáveis;
- ✓ propor uma nova fórmula que calcule a pontuação de carros em função das mesmas quatro variáveis, mas de modo que determinado carro (carro "Ca") seja o de maior número de pontos.

### QUESTÃO 3.4.

**Tema. Cultivo de maçãs em canteiro cercado por coníferas.**

**Questão 3.4 (Pisa).** Um fazendeiro cultiva maçãs em um canteiro de forma quadrada. Com a intenção de proteger suas árvores da ação do vento, ele planta coníferas ao redor das macieiras. Na figura a seguir, há esquemas dessa situação, sendo que  $n$  representa o número de fileiras de macieiras.

<p><b>n=1</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	O	X	X	X	X	<p><b>n=2</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	O	O	X	X	O	O	X	X	X	X	X	<p><b>LEGENDA.</b>  <b>X:</b> conífera  <b>O:</b> macieira</p>																																			
X	X	X																																																												
X	O	X																																																												
X	X	X																																																												
X	X	X	X																																																											
X	O	O	X																																																											
X	O	O	X																																																											
X	X	X	X																																																											
<p><b>n=3</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X	O	O	O	X	X	O	O	O	X	X	O	O	O	X	X	X	X	X	X	<p><b>n=4</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X																																																										
X	O	O	O	X																																																										
X	O	O	O	X																																																										
X	O	O	O	X																																																										
X	X	X	X	X																																																										
X	X	X	X	X	X																																																									
X	O	O	O	O	X																																																									
X	O	O	O	O	X																																																									
X	O	O	O	O	X																																																									
X	O	O	O	O	X																																																									
X	X	X	X	X	X																																																									

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Complete o quadro a seguir.

n	Número de macieiras	Número de coníferas
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

**b)** Estabeleça fórmulas que relacionem o número de macieiras e o número de coníferas ao número n de fileiras de macieiras.

**c)** Para qual valor de número de linhas o número de macieiras e o número de coníferas são iguais?

**d)** Suponha que o fazendeiro queira fazer mais canteiros, com mais fileiras de macieiras e coníferas. Para conseguir os melhores resultados, o que ele deve aumentar mais rapidamente, o número de macieiras ou o número de coníferas? Explique sua resposta.

### Resolução da questão 3.4.

#### Item a)

Vejamos, nos esquemas a seguir, as situações dos canteiros para valores de n iguais a 1, 2, 3, 4 e 5 fileiras de macieiras.

n=1 (8 coníferas e 1 macieira)	n=2 (12 coníferas e 4 macieiras)	n=3 (16 coníferas e 9 macieiras)																																																		
<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	O	X	X	X	X	<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	O	O	X	X	O	O	X	X	X	X	X	<table border="1"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X	O	O	O	X	X	O	O	O	X	X	O	O	O	X	X	X	X	X	X
X	X	X																																																		
X	O	X																																																		
X	X	X																																																		
X	X	X	X																																																	
X	O	O	X																																																	
X	O	O	X																																																	
X	X	X	X																																																	
X	X	X	X	X																																																
X	O	O	O	X																																																
X	O	O	O	X																																																
X	O	O	O	X																																																
X	X	X	X	X																																																



<p><b>n=3</b> <b>(16 coníferas e 9 macieiras)</b></p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X	O	O	O	X	X	O	O	O	X	X	O	O	O	X	X	X	X	X	X	<p><b>n=5</b> <b>(24 coníferas e 25 macieiras)</b></p> <table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>O</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X	X	X	O	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	O	X	X	O	O	O	O	O	X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X																																																																														
X	O	O	O	X																																																																														
X	O	O	O	X																																																																														
X	O	O	O	X																																																																														
X	X	X	X	X																																																																														
X	X	X	X	X	X	X																																																																												
X	O	O	O	O	O	X																																																																												
X	O	O	O	O	O	X																																																																												
X	O	O	O	O	O	X																																																																												
X	O	O	O	O	O	X																																																																												
X	O	O	O	O	O	X																																																																												
X	O	O	O	O	O	X																																																																												
X	X	X	X	X	X	X																																																																												

Com base nesses esquemas, é possível completar o quadro a seguir.

n	Número de macieiras	Número de coníferas
<b>1</b>	1	8
<b>2</b>	4	12
<b>3</b>	9	16
<b>4</b>	16	20
<b>5</b>	25	24

**Item b)**

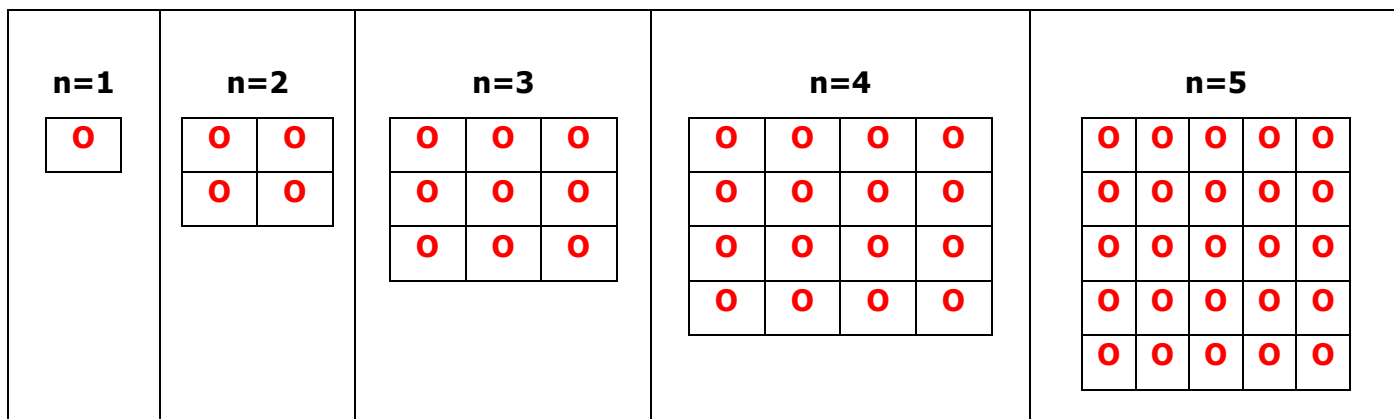
Vamos fazer, separadamente, os estudos das quantidades de macieiras e das quantidades de coníferas.

**Macieiras.**

Vamos chamar de m o número de macieiras.

Queremos determinar a fórmula que relaciona m e o número n de fileiras de macieiras.

Para isso, vejamos na figura a seguir, isoladamente, apenas a disposição das macieiras de acordo com número de fileiras.



Vemos que o número  $m$  de macieiras é o produto do número de linhas pelo número de colunas. Assim, temos o que segue.

Número de linhas	Número de colunas	Número de macieiras
1	1	$1.1 = 1^2 = 1$
2	2	$2.2 = 2^2 = 4$
3	3	$3.3 = 3^2 = 9$
4	4	$4.4 = 4^2 = 16$
5	5	$5.5 = 5^2 = 25$
...	...	...
$n$	$n$	$n.n = n^2 = m$

A fórmula que relaciona  $m$  e o número  $n$  de fileiras de macieiras é:  $m = n^2$ .

### Coníferas.

Vamos chamar de  $c$  o número de macieiras.

Queremos determinar a fórmula que relaciona  $c$  e o número  $n$  de fileiras de macieiras.

Para isso, vejamos na figura a seguir, isoladamente, apenas a disposição das coníferas de acordo com número de fileiras.

<p><b>n=1</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X		X	X	X	X	<p><b>n=2</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X			X	X			X	X	X	X	X	<p><b>n=3</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X				X	X				X	X				X	X	X	X	X	X																																		
X	X	X																																																																																				
X		X																																																																																				
X	X	X																																																																																				
X	X	X	X																																																																																			
X			X																																																																																			
X			X																																																																																			
X	X	X	X																																																																																			
X	X	X	X	X																																																																																		
X				X																																																																																		
X				X																																																																																		
X				X																																																																																		
X	X	X	X	X																																																																																		
<p><b>n=4</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X	X					X	X					X	X					X	X					X	X	X	X	X	X	X	<p><b>n=5</b></p> <table border="1" style="margin: auto;"> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr> <tr><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr> </table>	X	X	X	X	X	X	X	X						X	X						X	X						X	X						X	X						X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X																																																																																	
X					X																																																																																	
X					X																																																																																	
X					X																																																																																	
X					X																																																																																	
X	X	X	X	X	X																																																																																	
X	X	X	X	X	X	X																																																																																
X						X																																																																																
X						X																																																																																
X						X																																																																																
X						X																																																																																
X						X																																																																																
X	X	X	X	X	X	X																																																																																

Vemos que o número  $c$  de macieiras é 4 vezes o número  $n$  de linhas e, a esse resultado, deve ser adicionado o valor 4, que corresponde à quantidade de coníferas nas "pontas" dos canteiros. Assim, temos o que segue

Número de linhas	Número de coníferas nas "pontas" dos canteiros	Número de coníferas
1	4	$4 \cdot 1 + 4 = 8$
2	4	$4 \cdot 2 + 4 = 12$
3	4	$4 \cdot 3 + 4 = 16$
4	4	$4 \cdot 4 + 4 = 20$
5	4	$4 \cdot 5 + 4 = 24$
...	...	...
$n$	4	$4 \cdot n + 4 = 4 \cdot (n + 1) = c$

A fórmula que relaciona  $m$  e o número  $n$  de fileiras de macieiras é  $c = 4 \cdot (n + 1)$ .

**Item c)**

Para sabermos o valor de número n de linhas em que o número m de macieiras e o número c de coníferas são iguais, precisamos igualar as expressões que fornecem m e c em função de n.

$$m = c$$

$$n^2 = 4 \cdot (n + 1)$$

$$n^2 = 4n + 4$$

$$n^2 - 4n - 4 = 0$$

$$1n^2 + (-4)n + (-4) = 0$$

Temos uma equação do segundo grau ( $An^2 + Bn + C = 0$ ), com  $A=1$ ,  $B=-4$  and  $C=-4$ .

Então:

$$n = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$n = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-4)}}{2}$$

$$n = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{4 \pm \sqrt{32}}{2}$$

$$n = \frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

Vemos que não há valor inteiro de n para o qual  $m=c$ .

**Item d)**

Neste item, há a suposição de que o fazendeiro queira fazer mais canteiros, com mais fileiras de macieiras e coníferas. Para conseguir os melhores resultados, ele deve aumentar mais rapidamente o número m de macieiras, pois m varia com n ao quadrado.

### **Comentários sobre a resolução da questão 3.4.**

Para resolver à questão 3.4, o estudante deve:

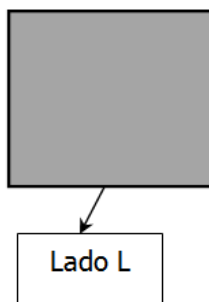
- ✓ perceber que o número de macieiras varia com o quadrado do número de linhas e que o número de coníferas varia linearmente com o número de linhas;
- ✓ resolver uma equação do segundo grau.

Christiane Mazur Doi

## **CAPÍTULO 4. Identificação de características e relações matemáticas em figuras geométricas.**

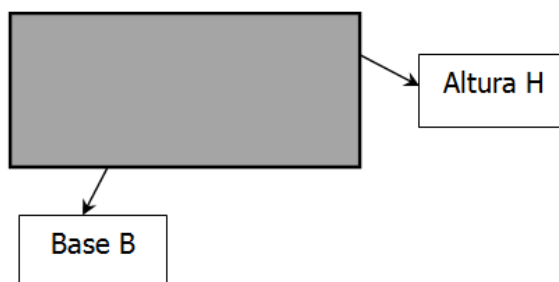
Apresentamos, a seguir, características de figuras geométricas regulares e, também, um breve estudo sobre semelhança de triângulos.

### **QUADRADO**



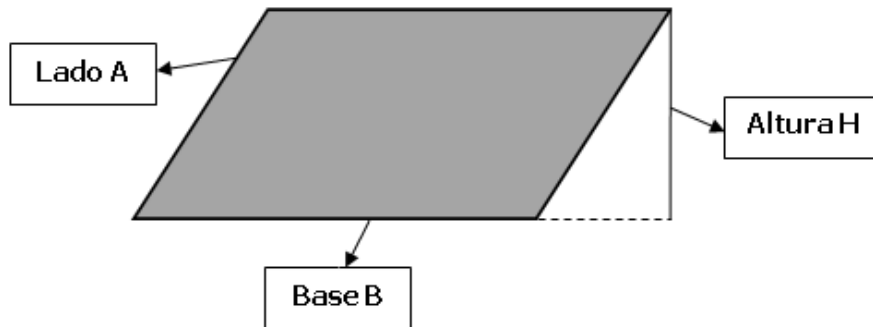
- Dimensão: lado L.
- Área (S): lado L elevado ao quadrado, ou seja,  $S=L^2$ .
- Perímetro (P): soma dos lados, dada por quatro vezes o lado L, ou seja,  $P=4L$ .

### **RETÂNGULO**



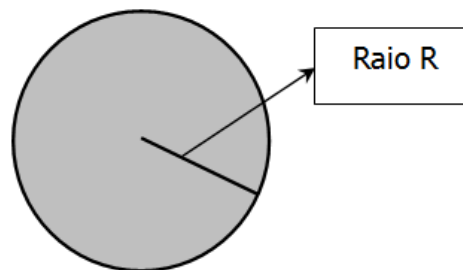
- Dimensões: base B e altura H.
- Área (S): produto (multiplicação) da base B pela altura H, ou seja,  $S=B.L$ .
- Perímetro (P): soma dos lados, dada pela soma de duas vezes a base B com duas vezes a altura H, ou seja,  $P=2B+2H$ .

## **PARALELOGRAMO**



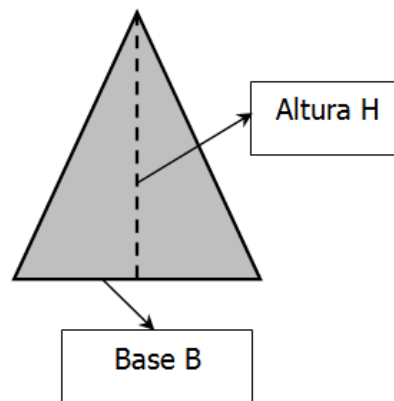
- Dimensões: base B, altura H e lado A.
- Área (S): produto (multiplicação) da base B pela altura H, ou seja,  $S=B.H$ .
- Perímetro (P): soma dos lados, dada pela soma de duas vezes a base B com duas vezes o lado A, ou seja,  $P=2B+2A$ .
- Vale notar que o perímetro de um paralelogramo de lado A e base B é maior do que o perímetro de um retângulo de lado A e base B, pois o lado de um paralelogramo é maior do que sua altura.

## **CÍRCULO**



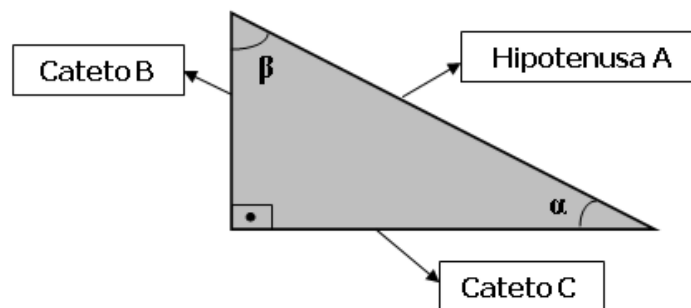
- Dimensão: raio R.
- Área (S): produto (multiplicação) do número irracional "pi" pelo raio R elevado ao quadrado, ou seja,  $S = \pi R^2$ .
- Perímetro (P): produto (multiplicação) de duas vezes o número irracional "pi" pelo raio R, ou seja,  $P = 2\pi R$ .

### TRIÂNGULO QUALQUER



- Dimensões: base B e altura H.
- Área (S): metade do produto (multiplicação) da base B pela altura H, ou seja,  $S = \frac{B.H}{2}$ .
- Perímetro (P): soma dos lados.

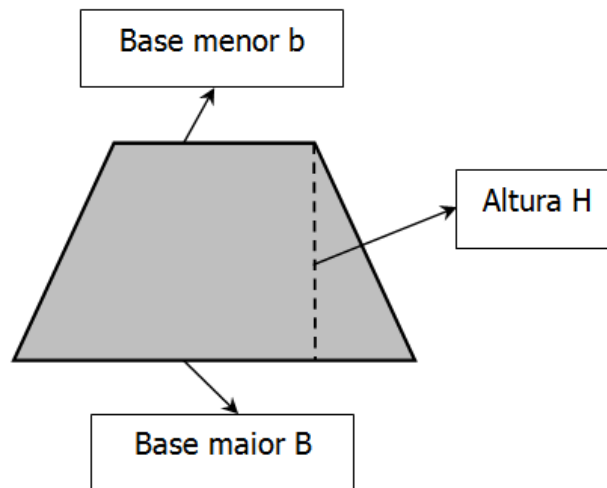
### TRIÂNGULO RETÂNGULO



- Dimensões: hipotenusa A, cateto B e cateto C.
- Teorema de Pitágoras:  $A^2 = B^2 + C^2$
- $\text{sen}\alpha = \cos\beta = \frac{B}{A}$  ;  $\text{sen}\beta = \cos\alpha = \frac{C}{A}$  ;  $\text{tg}\beta = \frac{C}{B}$  ;  $\text{tg}\alpha = \frac{B}{C}$

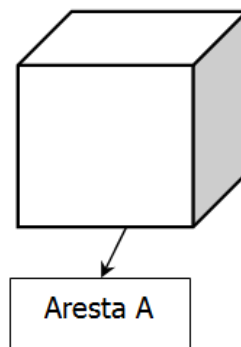


### **TRAPÉZIO**



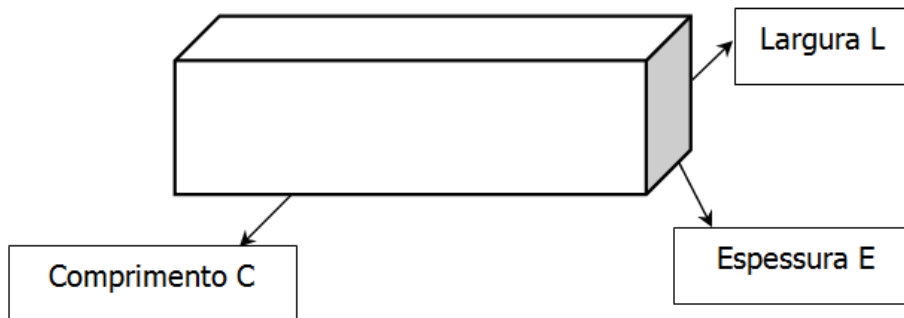
- Dimensões: base maior B, base menor b e altura H.
- Área (S): metade do produto (multiplicação) da altura H pela soma da base maior B com a base menor b, ou seja,  $S = \frac{(B + b) \cdot H}{2}$ .
- Perímetro (P): soma dos lados.

### **CUBO**



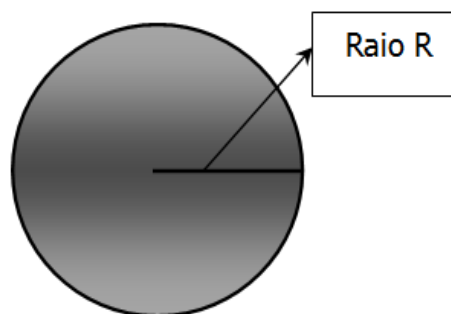
- Dimensão: aresta A.
- Volume (V): aresta elevada ao cubo, ou seja,  $V = A^3$ .

### **PARALELEPÍPEDO**



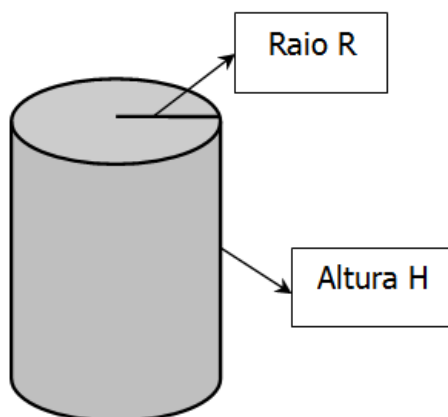
- Dimensões: comprimento C, largura L e espessura E.
- Volume (V): produto (multiplicação) entre o comprimento C, a largura L e a espessura E, ou seja,  $V=C.L.E.$

### **ESFERA**



- Dimensão: raio R.
- Volume (V): produto (multiplicação) de quatro terços do número irracional "pi" pelo raio R elevado ao cubo, ou seja,  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ .

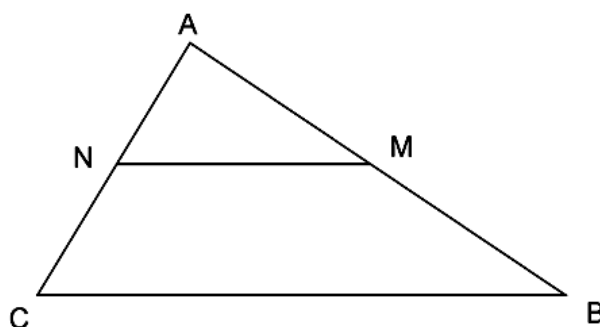
## **CILINDRO**



- Dimensões: altura H e raio R.
- Volume (V): produto (multiplicação) do número irracional "pi" pelo raio R elevado ao quadrado e pela altura H, ou seja,  $V = \pi R^2 H$ .
- Área da lateral ( $A_{LAT}$ ): dobro do produto (multiplicação) do número irracional "pi" pelo raio R e pela altura H, ou seja,  $A_{LAT} = 2\pi RH$ .
- Área da base ( $A_{BASE}$ ): produto (multiplicação) do número irracional "pi" pelo raio R elevado ao quadrado, ou seja,  $A_{BASE} = \pi R^2$ .

## **SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS**

Dois triângulos BAC e MAN, como os representados na figura a seguir, são semelhantes se, e somente se, seus três ângulos são congruentes na mesma ordem e seus lados homólogos são proporcionais.



A razão entre dois lados homólogos ou entre dois triângulos semelhantes é chamada de razão de semelhança, indicada por R na expressão a seguir.

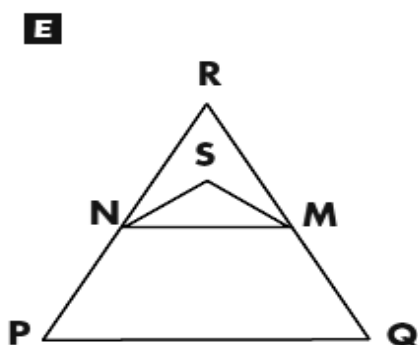
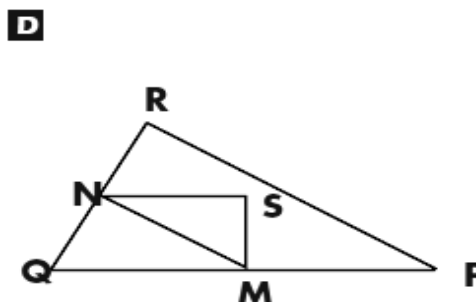
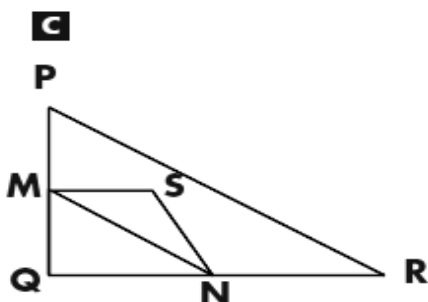
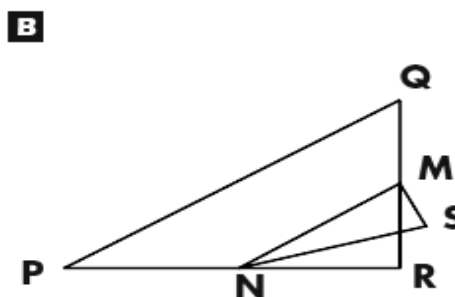
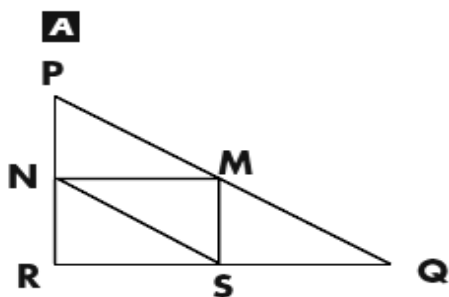
$$R = \frac{BC}{MN} = \frac{BA}{MA} = \frac{CA}{NA}$$

Vamos aplicar algumas dessas situações nas questões 4.1 a 4.7, extraídas do Pisa e traduzidas com algumas adaptações.

### QUESTÃO 4.1.

**Tema. Identificação de figura geométrica a partir de uma descrição.**

**Questão 4.1 (Pisa).** Entre as figuras A, B, C, D e E, indique a que atende à descrição a seguir.



O triângulo PQR é um triângulo retângulo com ângulo reto em R. O comprimento do segmento RQ é menor do que o comprimento do segmento PR. O ponto M é o ponto médio do segmento PQ e o ponto N é o ponto médio do segmento QR. O ponto S é ponto interno ao triângulo. O comprimento do segmento MN é maior do que o comprimento do segmento MS.

### Resolução da questão 4.1.

Vamos analisar cada parte da descrição feita no enunciado para identificarmos a figura que atende aos quesitos dados.

**Parte 1.** O triângulo PQR é um triângulo retângulo com ângulo reto em R.

Vemos que, na figura da alternativa E, não há ângulo reto em R. Nessa figura, em R, o ângulo é menor do que  $90^\circ$ .

Logo, a alternativa E está descartada.

**Parte 2.** O comprimento do segmento RQ é menor do que o comprimento do segmento PR.

Aparentemente, nas figuras das alternativas A e C, o segmento RQ é maior do que o comprimento do segmento PR

Logo, as alternativas A e C estão descartadas.

**Parte 3.** O ponto M é o ponto médio do segmento PQ e o ponto N é o ponto médio do segmento QR.

Nas figuras das alternativas B e E, M não pode ser o ponto médio do segmento PQ.

Nas figuras das alternativas A, B e E, N não pode ser o ponto médio do segmento QR.

Logo, as alternativas A, B e E estão descartadas.

**Parte 4.** O ponto S é ponto interno ao triângulo.

Nas figuras das alternativas A, B e E, S não é ponto interno ao triângulo.

Logo, as alternativas A, B e E estão descartadas.

**Parte 5.** O comprimento do segmento MN é maior do que o comprimento do segmento MS.

Aparentemente, nas figuras de todas as alternativas, o segmento MN é maior do que o comprimento do segmento MS.

**Conclusão.** A única alternativa que fornece uma figura que atende às 5 partes da descrição é a alternativa D.

### Comentários sobre a resolução da questão 4.1.

Para resolver à questão 4.1, o estudante deve:

- ✓ entender as 5 partes que contituem a descrição de uma figura geométrica;
- ✓ identificar a figura que atende à totalidade da descrição.

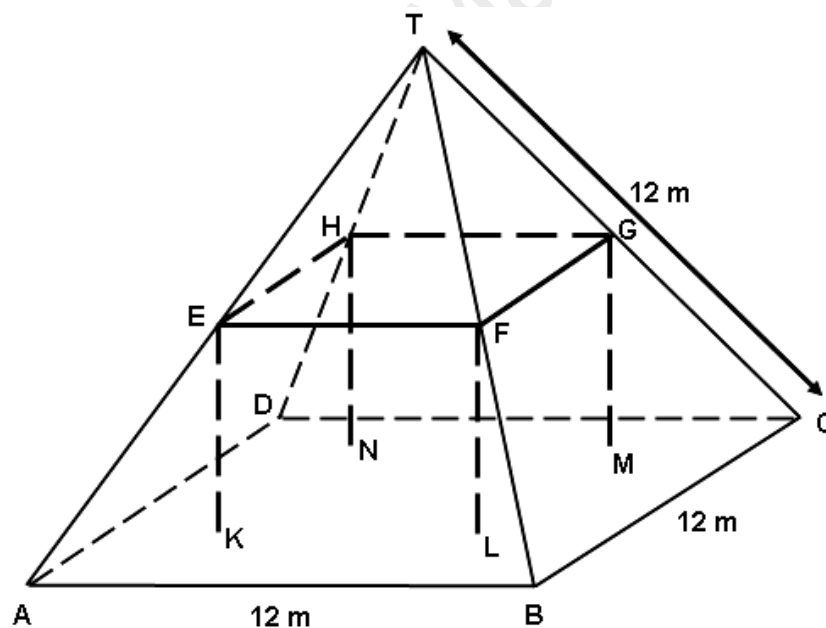
### QUESTÃO 4.2.

#### Tema. Casa de fazenda com teto em forma piramidal.

**Questão 4.2 (Pisa).** Abaixo, é mostrada a fotografia de uma casa de fazenda com teto em forma piramidal.



A seguir, é ilustrado um modelo feito por um estudante de matemática para o referido telhado, com inclusão de medidas (em metros).



O piso do sótão, indicado por ABCD no modelo, tem a forma quadrada. As estruturas que suportam o telhado formam as arestas de um bloco, representado pelo prisma retangular EFGHKL MN. O ponto E é o ponto médio do segmento AT, o ponto G é o ponto médio do segmento CT e o ponto H é o ponto médio do segmento DT. Todas as arestas da pirâmide do modelo têm comprimento igual a 12m.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

a) Calcule a área do piso do sótão (quadrado ABCD).

b) Calcule o comprimento do segmento EF, uma das arestas horizontais do bloco.

### Resolução da questão 4.2.

#### Item a)

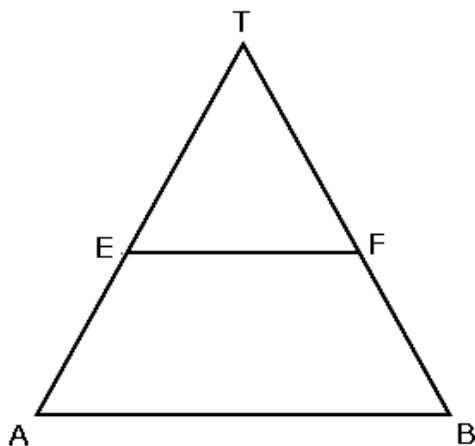
O piso do sótão é o quadrado ABCD, de lado L igual a 12m.

A área  $A_Q$  do quadrado de lado L é  $A_Q = L^2$ .

Logo, a área do piso do sótão é  $144\text{m}^2$ , pois, nesse caso,  $A_Q = 12^2 = 144$ .

#### Item b)

Vamos ver, na figura a seguir, um destaque dos triângulos EFT e ATB indicados na imagem.



Foi dito que BT e BA valem 12m e que F é ponto médio de BT. Logo, FT vale 6m, que é a metade de 12m.

Como os triângulos ATB e EFT são semelhantes, temos a relação a seguir.

$$\frac{BT}{BA} = \frac{FT}{EF}$$

Sabemos que  $BT=12\text{m}$ ,  $BA=12\text{m}$  e  $FT=6\text{m}$ . Logo:

$$\frac{BT}{BA} = \frac{FT}{EF} \Rightarrow \frac{12}{12} = \frac{6}{EF} \Rightarrow 1 = \frac{6}{EF}$$

$$1 \cdot EF = 6 \Rightarrow EF = 6$$

Concluimos que o comprimento do segmento EF é 6m.

**Comentários sobre a resolução da questão 4.2.**

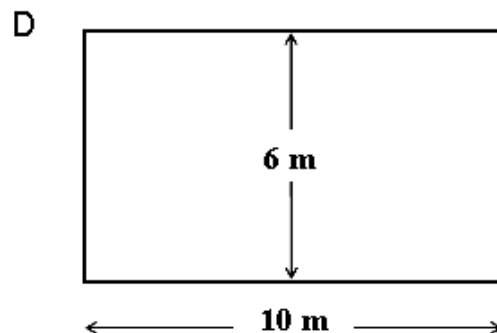
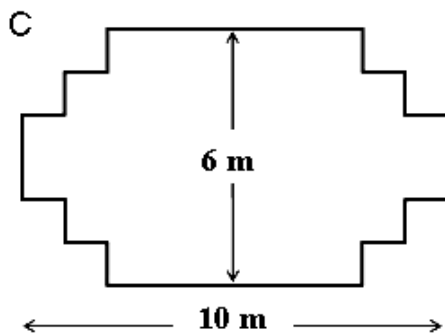
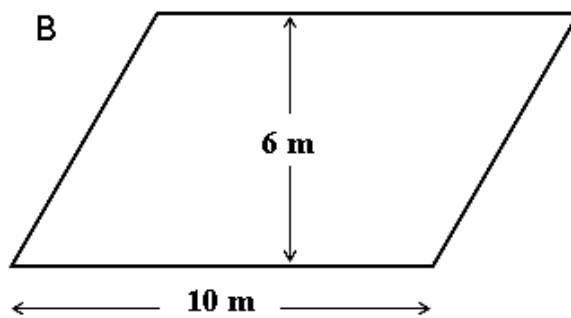
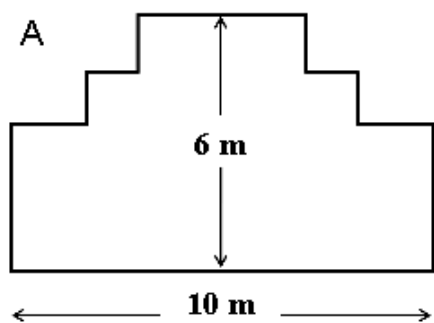
Para resolver à questão 4.2, o estudante deve:

- ✓ observar a ocorrência de figuras geométricas regulares em um teto de forma piramidal;
- ✓ verificar semelhanças de triângulos;
- ✓ calcular áreas e comprimentos.

**QUESTÃO 4.3.**

**Tema. Cerca de madeira para para um canteiro de jardim.**

**Questão 4.3 (Pisa).** Um carpinteiro tem 32 metros de madeira e quer fazer uma cerca ao redor de um canteiro de jardim. Ele está considerando os desenhos a seguir para esse canteiro.



Sublinhe, no quadro abaixo, "Sim" ou "Não" para cada desenho de cerca, respondendo se é ou não é possível confeccioná-la com 32 metros de madeira.

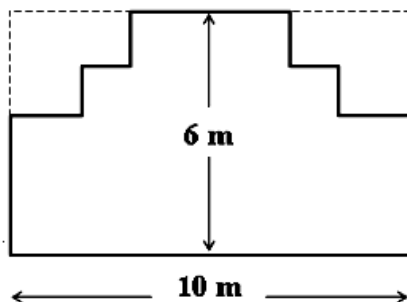
Desenho do canteiro de jardim	Usando esse desenho, é possível construir uma cerca para o canteiro de jardim?
Desenho A	"Sim"/"Não"
Desenho B	"Sim"/"Não"
Desenho C	"Sim"/"Não"
Desenho D	"Sim"/"Não"



### Resolução da questão 4.3.

Vamos analisar separadamente os desenhos A, B, C e D para verificarmos se é possível, com cada um deles, fazer uma cerca com os 32 metros disponíveis de madeira.

#### Desenho A.

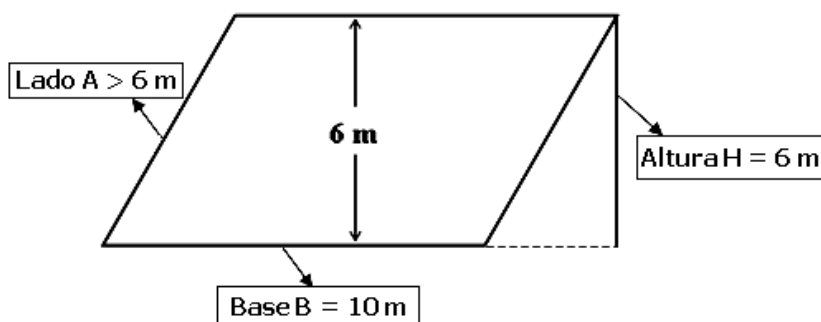


O perímetro da figura do desenho A é o mesmo perímetro  $P$  de um retângulo de base  $B$  igual a 10m e de altura  $H$  igual a 6m, conforme pode ser visto pelas complementações em linhas pontilhadas feitas na figura acima. Esse perímetro  $P$  é:

$$P = 2 \cdot B + 2 \cdot H = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 = 32$$

Como o carpinteiro tem 32 metros de madeira e são necessários 32 metros de madeira para fazer o canteiro do desenho A, essa opção é possível de ser executada.

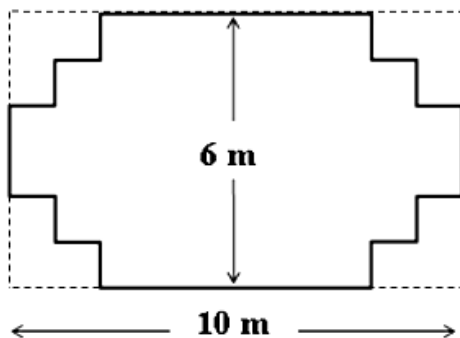
#### Desenho B.



A figura do desenho B é um paralelogramo de base  $B$  igual a 10m, altura  $H$  igual a 6m e lado  $A$  maior do que 6m. Seu perímetro, que é a soma de todos os seus lados, é maior do que o perímetro de um retângulo de base 10m e altura 6m, calculado no caso do designer A. Ou seja, o perímetro desse paralelogramo é maior do que 32m.

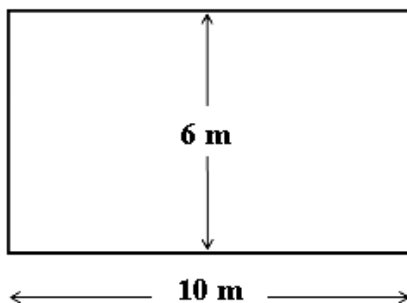
Como o carpinteiro tem 32 metros de madeira e são necessários mais de 32 metros de madeira para fazer o canteiro do desenho B, essa opção não é possível de ser executada.

**Desenho C.**



O perímetro da figura do desenho C é o mesmo perímetro P de um retângulo de base B igual a 10m e de altura H igual a 6m, conforme pode ser visto pelas complementações em linhas pontilhadas feitas na figura acima. Ou seja, o perímetro da figura do designer C é igual a 32m. Como o carpinteiro tem 32 metros de madeira e são necessários 32 metros de madeira para fazer o canteiro do desenho C, essa opção é possível de ser executada.

**Desenho D.**



A figura D mostra um retângulo de base B igual a 10m e de altura H igual a 6m. Ou seja, o perímetro P do retângulo do desenho D é igual a 32m.

Como o carpinteiro tem 32 metros de madeira e são necessários 32 metros de madeira para fazer o canteiro do desenho D, essa opção é possível de ser executada.

Com base nas análises realizadas, podemos indicar, no quadro, "Sim" ou "Não" para cada design de cerca, respondendo se é ou não é possível confeccioná-la com 32 metros de madeira.

<b>Desenho do canteiro de jardim</b>	<b>Usando esse desenho, é possível construir uma cerca para o canteiro de jardim?</b>
Desenho A	<u>"Sim"</u> / <u>"Não"</u>
Desenho B	"Sim"/ <u>"Não"</u>
Desenho C	<u>"Sim"</u> / <u>"Não"</u>
Desenho D	<u>"Sim"</u> / <u>"Não"</u>

### Comentários sobre a resolução da questão 4.3.

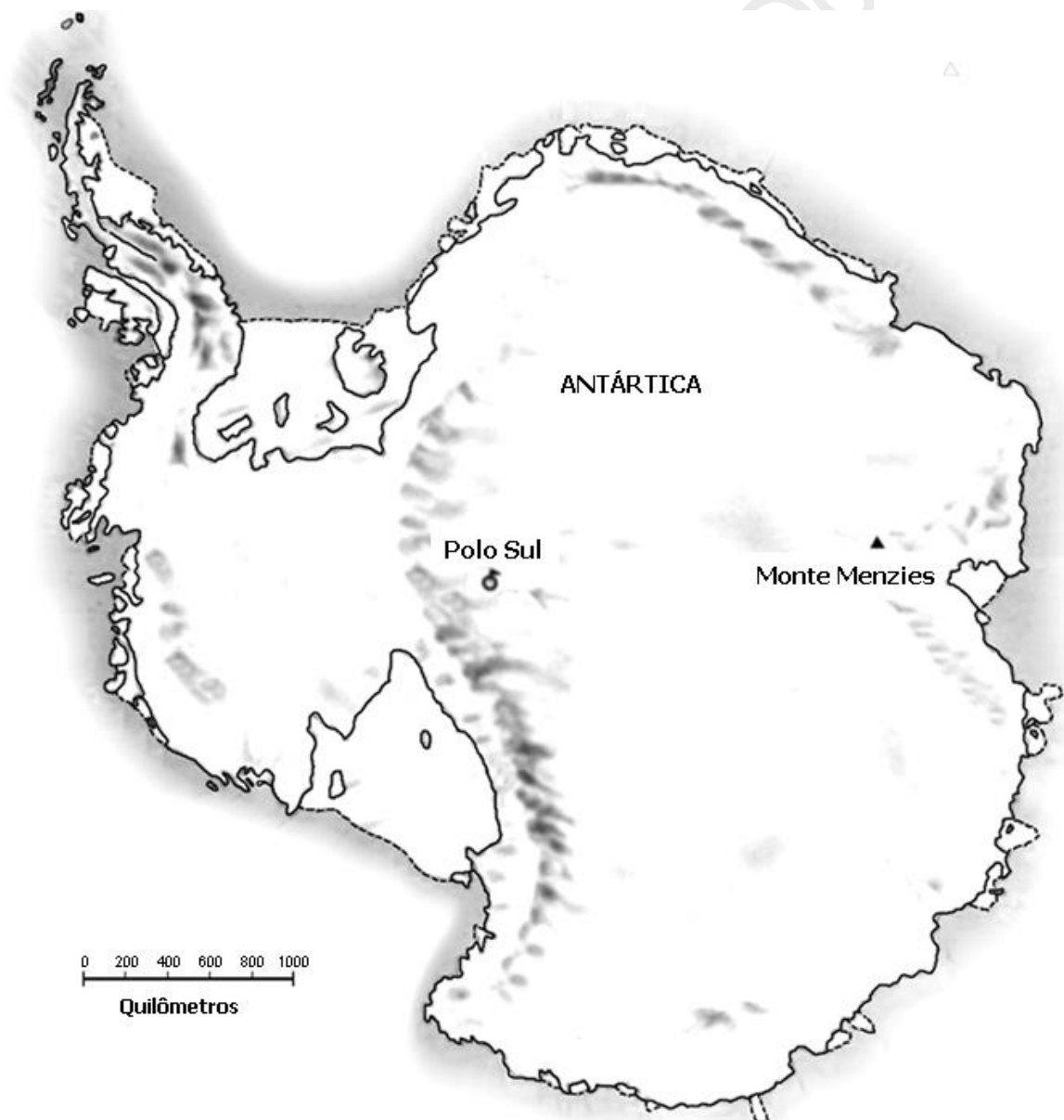
Para resolver à questão 4.3, o estudante deve:

- ✓ reconhecer formas geométricas regulares;
- ✓ calcular e comparar valores de perímetros;
- ✓ avaliar os desenhos de cerca possíveis de serem construídos e identificar os que podem ser construídos com 32m de madeira.

### QUESTÃO 4.4.

**Tema. Cálculo aproximado da área da Antártica.**

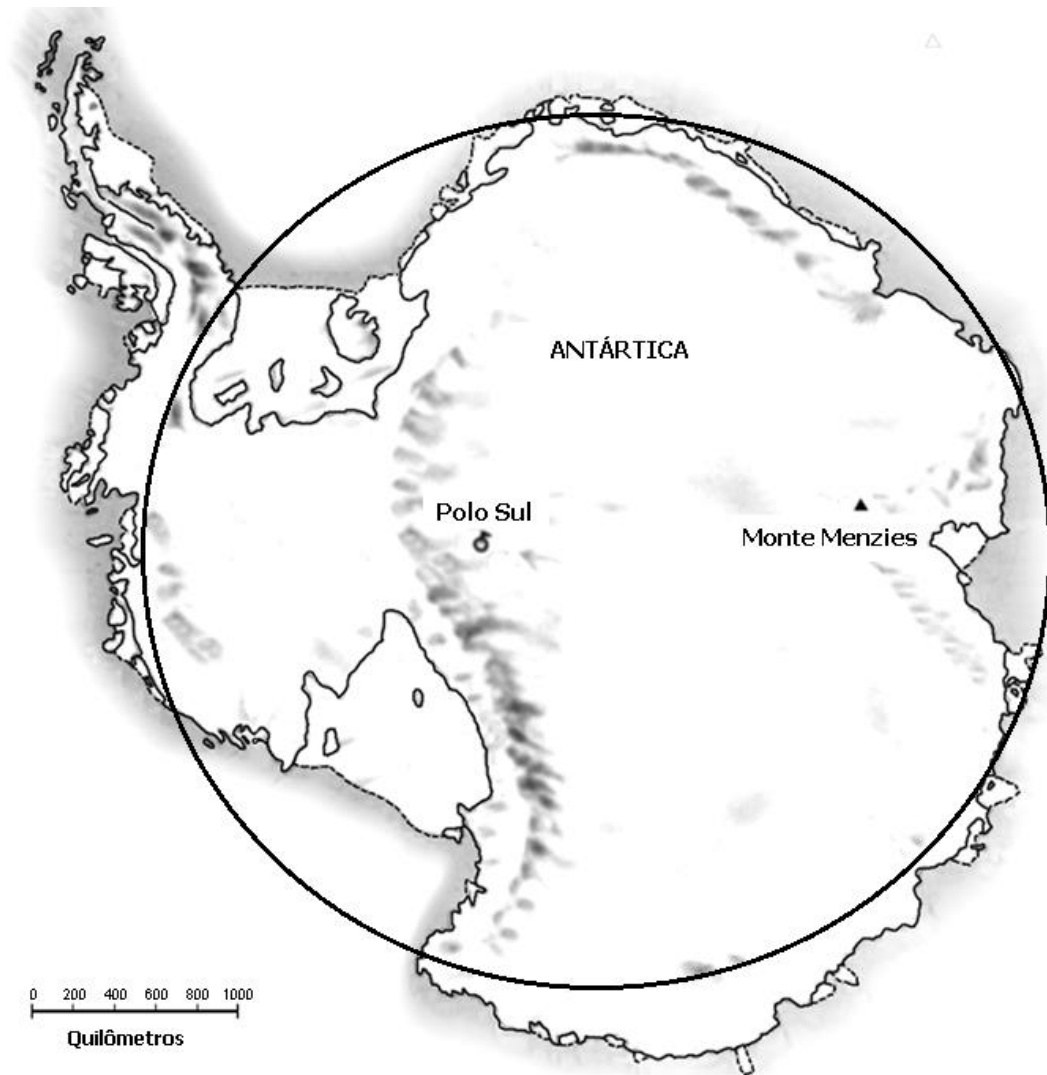
**Questão 4.4 (Pisa).** Analise, a seguir, o mapa da Antártica.



Estime a área da Antártica usando a escala dada fornecida na figura.

#### Resolução da questão 4.4.

A estimativa de área pedida no enunciado pode ser feita pela aproximação do mapa da Antártica por um círculo de raio R de cerca de 2.000km, seguindo a indicação da escala fornecida no mapa. Esse círculo está representado na figura a seguir.



A área S do círculo é o produto (multiplicação) do número irracional "pi" pelo raio R elevado ao quadrado, ou seja,  $S = \pi R^2$ .

No caso em estudo, ficamos com área de aproximadamente 13 milhões de  $\text{km}^2$ , pois:

$$S = \pi R^2 = 3,14 \cdot (2.000)^2 = 12.560.000 \text{ km}^2$$

### Comentários sobre a resolução da questão 4.4.

Para resolver à questão 4.4, o estudante deve:

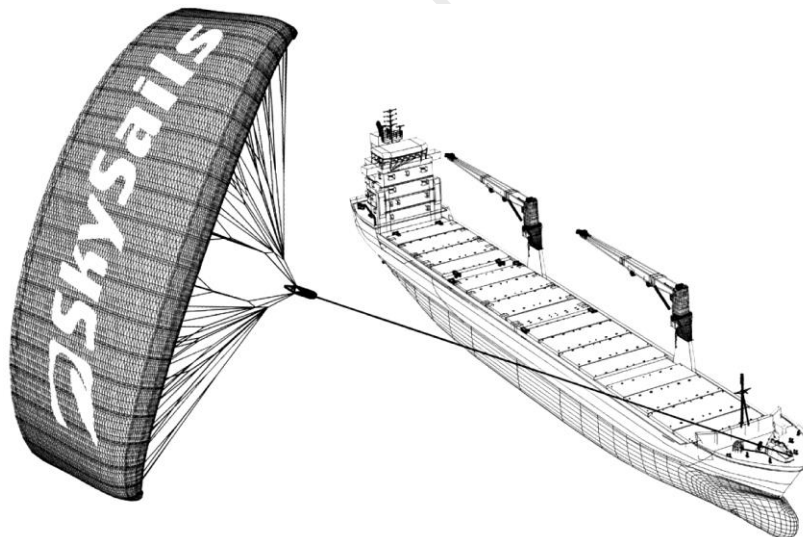
- ✓ reconhecer a possibilidade de aproximação da área da Antártica por um círculo de raio de cerca de 2.000km;
- ✓ ler uma escala de mapa;
- ✓ calcular a área de um círculo.

### QUESTÃO 4.5.

**Tema. Proposta de anexar velas aos navios e usar a força do vento para ajudar a reduzir o consumo de diesel.**

**Questão 4.5 (Pisa).** Noventa e cinco por cento do comércio mundial são movidos pelo mar, por meio de 50.000 tanques, graneleiros e navios porta-contêineres. A maioria desses navios usa diesel como combustível.

Engenheiros planejam desenvolver um suporte de energia eólica para navios. Sua proposta é anexar velas às embarcações e usar a força do vento para ajudar a reduzir o consumo de diesel e, conseqüentemente, o impacto da queima desse combustível ao meio ambiente.



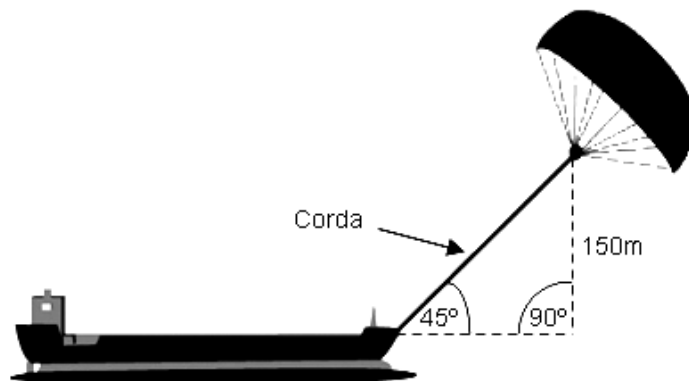
© by skysails

Uma vantagem de usar uma vela de pipa para essas embarcações é que se pode voar a uma altura de 150m. A essa altura, a velocidade do vento é aproximadamente 25% maior do que a velocidade medida no convés do navio.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

a) A que velocidade aproximada o vento sopra em uma vela de pipa quando a velocidade do vento de 24km/h é medida no convés do navio?

b) Qual é, aproximadamente, o comprimento da corda da vela de pipa para puxar o navio em um ângulo de 45° e estar à altura vertical de 150m, como mostrado no diagrama a seguir?



Nota: Desenho sem escala.  
© by skysails

### Resolução da questão 4.5.

#### Item a)

Foi dito que a velocidade do vento  $v$  é aproximadamente 25% maior do que a velocidade medida no convés do navio.

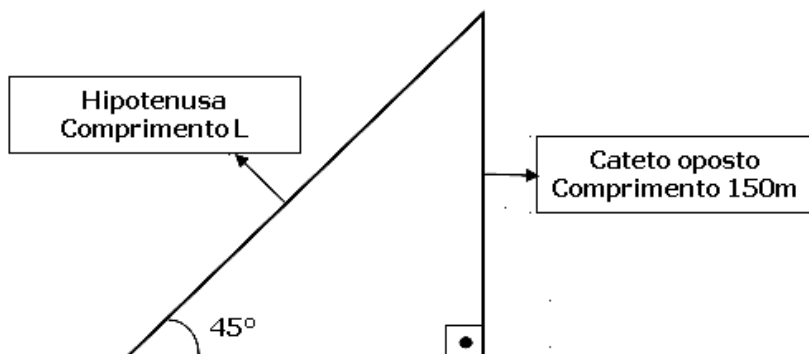
Logo, se for medida a velocidade do vento de 24km/h no convés do navio, a velocidade do vento será de 30km/h, pois 25% de 24km/h são 6km/h e 24km/h somados a 6km/h são 30km/h, conforme indicado nos cálculos a seguir.

$$25\% \text{ de } 24 \text{ km/h} = \frac{25}{100} \cdot 24 \text{ km/h} = 6 \text{ km/h}$$

$$v = 24 \text{ km/h} + 6 \text{ km/h} = 30 \text{ km/h}$$

#### Item b)

O triângulo retângulo a seguir representa a situação mostrada no item b).



Para essa configuração, queremos determinar o valor L da hipotenusa do triângulo retângulo, que corresponde ao comprimento da corda da vela de pipa para puxar o navio em um ângulo de 45°, à altura vertical de 150m.

Assim:

$$\text{sen}45^\circ = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}45^\circ = \frac{150}{L}$$

O seno de 45° é aproximadamente 0,71. Logo:

$$0,71 = \frac{150}{L} \Rightarrow 0,71 \cdot L = 150$$

$$L = \frac{150}{0,71} \Rightarrow L \cong 211 \text{ m}$$

Concluimos que, para a situação do item b, o comprimento da corda da vela de pipa para puxar o navio é de aproximadamente 211 metros.

#### **Comentários sobre a resolução da questão 4.5.**

Para resolver à questão 4.5, o estudante deve:

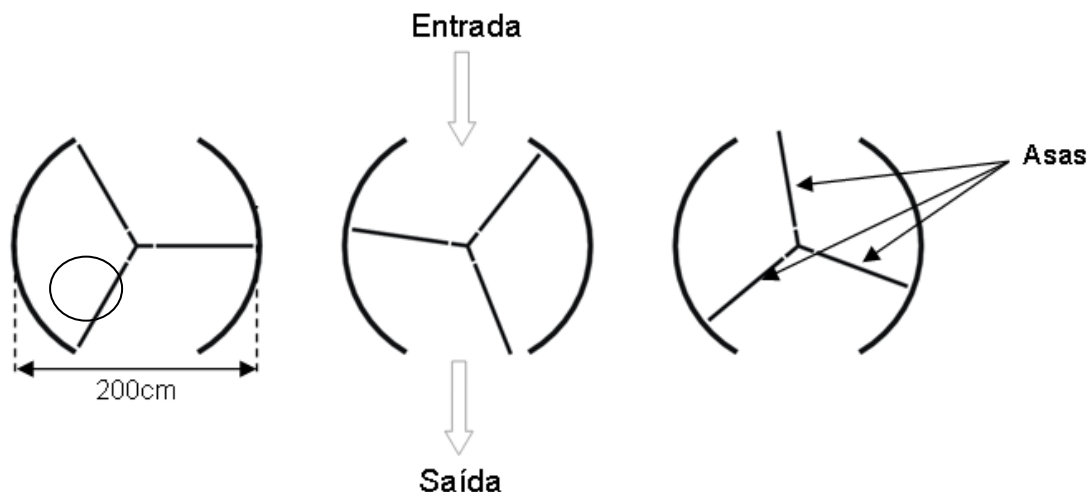
- ✓ compreender o sentido de um texto que distingue a velocidade do vento e a velocidade medida no convés do navio;
- ✓ fazer cálculos envolvendo percentuais;
- ✓ compreender relações em um triângulo retângulo;
- ✓ saber o valor aproximado do seno de 45 graus.

#### **QUESTÃO 4.6.**

**Tema. Porta giratória com três asas que rodam dentro de um espaço circular.**

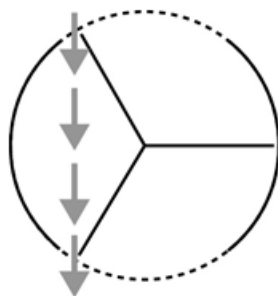
**Questão 4.6 (Pisa).** Uma porta giratória inclui três asas que rodam dentro de um espaço circular. O diâmetro interno desse espaço é de 2 metros (200 centímetros). As três asas da porta dividem o espaço em três setores iguais.

O plano abaixo mostra as asas da porta em três posições diferentes, vistas do topo.



Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

- a) Qual é o valor, em graus, do ângulo formado por duas asas da porta?
- b) As duas aberturas das portas (arcos pontilhados no diagrama a seguir) são do mesmo tamanho. Se essas aberturas forem muito largas, as asas giratórias não geram um espaço selado e o ar pode fluir livremente entre a entrada e a saída, o que causa perdas ou ganhos de calor indesejáveis. Qual é o comprimento máximo do arco, em cm, que cada abertura da porta pode ter, de modo que o ar nunca flua livremente entre a entrada e a saída?



- c) Imagine que a porta faça 4 rotações completas em um minuto e que haja espaço para o máximo de 2 pessoas em cada um dos 3 setores da porta. Qual é o número máximo de pessoas que podem entrar no edifício pela porta em 30 minutos?

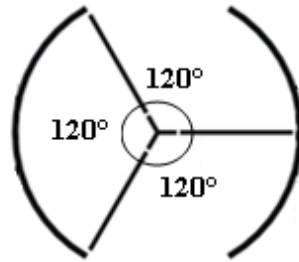
#### Resolução da questão 4.6.

##### Item a)

Para sabermos o ângulo  $\theta$  formado por duas asas da porta, precisamos dividir o total de  $360^\circ$ , correspondente ao espaço circular, por 3, que é o número de compartimentos. Logo, esse ângulo vale  $120^\circ$ , conforme calculado e indicado na figura a seguir.

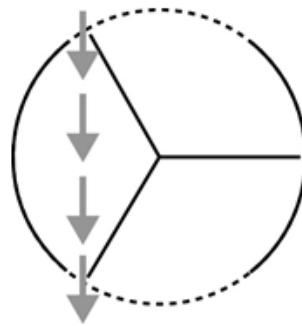


$$\theta = \frac{360^\circ}{3} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$



**Item b)**

Foi dito que as duas aberturas das portas, indicadas pelos arcos pontilhados no diagrama a seguir, são do mesmo tamanho. Pede-se o comprimento máximo  $L$  do arco, em cm, que cada abertura da porta pode ter, de modo que o ar nunca flua livremente entre a entrada e a saída.



O comprimento máximo  $L$  do arco de cada abertura da porta é metade do comprimento de arco de cada compartimento. Cada compartimento corresponde a um terço ( $1/3$ ) do comprimento total  $C$  da circunferência.

Logo, metade do comprimento de arco de cada compartimento é metade ( $1/2$ ) de um terço ( $1/3$ ) do comprimento total  $C$  da circunferência.

Concluimos que o comprimento  $L$  procurado é um sexto ( $1/6$ ) do comprimento total  $C$  da circunferência, visto que meio ( $1/2$ ) vezes um terço ( $1/3$ ) resulta em  $1/6$ .

O comprimento total  $C$  da circunferência é duas vezes "pi" vezes seu o raio  $R$ , ou seja,

$$C = 2\pi R$$

Assim, o comprimento máximo  $L$  do arco de cada abertura da porta é:

$$L = \frac{1}{6} \cdot 2\pi R \Rightarrow L = \frac{1}{3} \cdot \pi R$$

Foi dito que o diâmetro da circunferência é de 200 centímetros. Então, seu raio R é de 100 centímetros, pois o raio é metade do diâmetro. Desse modo:

$$L = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 100 \Rightarrow L = \frac{100\pi}{3}$$

Se usarmos 3,14 para "pi", temos que o comprimento máximo L é cerca de 105cm.

### Item c)

Se a porta faz 4 rotações completas em um minuto, em 30 minutos ela fará 120 rotações, pois:

$$N^{\circ} \text{ de rotações em } 30 \text{ min} = 4 \left( \frac{\text{rotações}}{\text{min}} \right) \cdot 30(\text{min}) = 120 \text{ rotações}$$

Há o máximo de 2 pessoas em cada um dos 3 setores da porta. Logo, nos 3 setores da porta, há o máximo de 6 pessoas.

Ou seja, em cada rotação da porta, temos, no máximo 6 pessoas no seu espaço interno.

Em 30 minutos de operação, há 120 rotações. Logo, nesse intervalo, no máximo, 720 pessoas estiveram no espaço interno porta, pois:

$$N^{\circ} \text{ de pessoas em } 30 \text{ min} = 120 \cdot 6 = 720 \text{ pessoas}$$

Vale notar que estamos pensando que uma pessoa usou apenas uma vez a porta, pois estamos imaginando em 720 pessoas diferentes.

### Comentários sobre a resolução da questão 4.6.

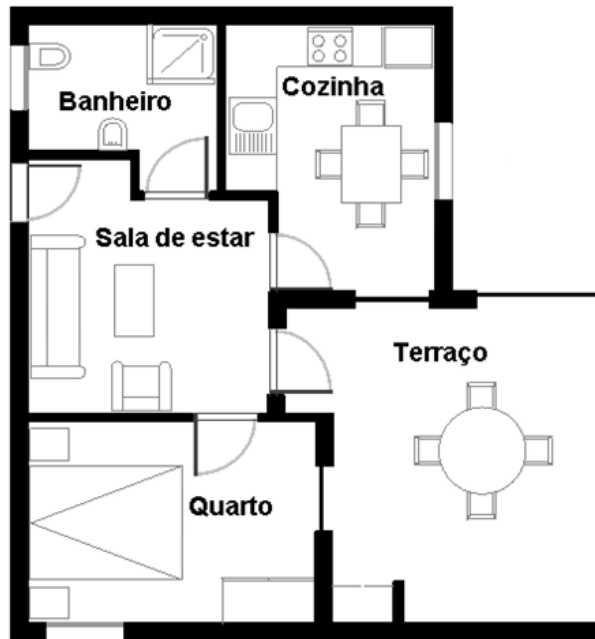
Para resolver à questão 4.6, o estudante deve:

- ✓ calcular ângulos correspondentes a arcos de circunferência;
- ✓ calcular comprimentos de arcos de circunferência;
- ✓ compreender fracionamentos de circunferências;
- ✓ aplicar conceitos relativos a proporções de valores.

### QUESTÃO 4.7.

#### Tema. Estimativa de área de apartamento por meio de planta.

**Questão 4.7 (Pisa – com adaptações).** A figura a seguir mostra a planta do apartamento que os pais de George querem comprar de uma agência imobiliária.

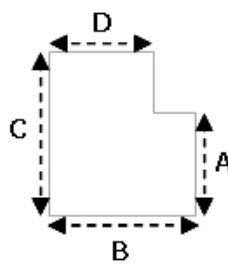


Para estimar a área total do apartamento (incluindo o terraço e as paredes), você pode medir as dimensões de cada cômodo, calcular suas áreas individuais e, por fim, somá-las.

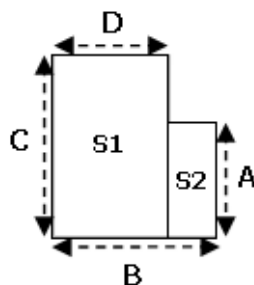
No entanto, existe um método mais eficiente para estimar a área total do apartamento, no qual você só precisa medir 4 comprimentos. Marque, no plano acima, os quatro comprimentos que são necessários para estimar a área total do apartamento.

#### Resolução da questão 4.7.

Uma possibilidade para se calcular a área total do apartamento é por meio das medidas A, B, C e D indicadas na figura a seguir.



Nesse caso, a área total do apartamento é a soma das áreas S1 e S2 indicadas na próxima figura.

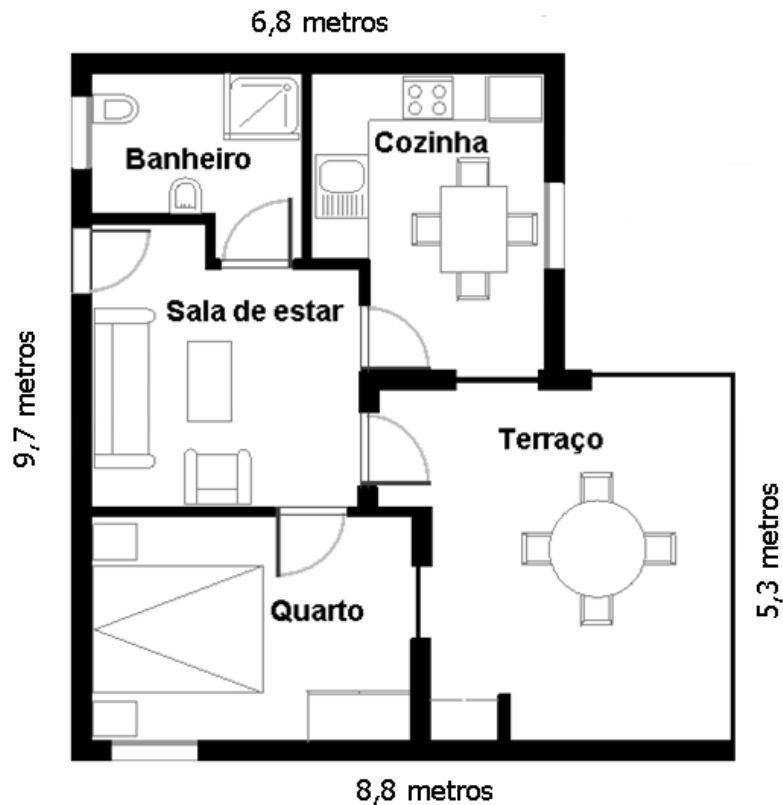


O retângulo de área S1 tem base D e altura C e o retângulo de área S2 tem base (B-D) e altura A. Assim:

$$S = S1 + S2$$

$$S = D \cdot C + (B - D) \cdot A$$

Vamos imaginar que fossem feitas as medidas indicadas na planta a seguir.



Para essa planta, o retângulo de área S1 tem base 6,8 metros e altura 9,7 metros. O retângulo de área S2 tem base 2 metros, pois  $8,8 - 6,8 = 2,0$ , e altura 5,3 metros.

Logo, a área S do apartamento é igual a  $76,56 m^2$ , pois:

$$S = 8,8 \cdot 9,7 + 2 \cdot 5,3 = 76,56 m^2$$

#### Comentários sobre a resolução da questão 4.7.

Para resolver a questão 4.7, o estudante deve:

- ✓ perceber que a área total do apartamento é a soma das áreas de dois retângulos;
- ✓ verificar o número mínimo de medidas necessárias para o cálculo da área total do apartamento;
- ✓ calcular áreas de retângulos.

### QUESTÃO 4.8.

#### Tema. Comparação de preços de pizza pequena e de pizza grande.

**Questão 4.8 (Pisa).** Uma pizzeria serve duas pizzas redondas de mesma espessura, mas em tamanhos diferentes. A pizza menor, chamada de "pizza pequena", tem diâmetro de 30cm e custa 30 zeds. A pizza maior, chamada de "pizza grande", tem diâmetro de 40cm e custa 40 zeds. Qual das pizzas tem preço mais vantajoso? Demonstre seu raciocínio.

#### Resolução da questão 4.8.

Para se formular o problema, será assumido que a pizza tem a geometria de um cilindro de altura  $h$  e de raio  $R$ . Logo, o volume  $V$  da pizza redonda é dado por:

$$V = \pi R^2 h$$

Se  $P$  é o preço total da pizza, seu preço  $X$  por unidade de volume é dado por:

$$X = \frac{P}{V}$$

$$X = \frac{P}{\pi R^2 h}$$

Pela formulação desenvolvida, podem ser calculados o preço por unidade de volume da pizza pequena e o preço por unidade de volume da pizza grande: trata-se do processo de empregar. Deve-se lembrar, inicialmente, que ambas as pizzas apresentam são discos circulares de mesma altura  $h$ .

O preço da pizza pequena é 30 reais e seu raio é 30cm. Assim, o preço  $X_p$  por unidade de volume da pizza pequena é:

$$X_p = \frac{30}{\pi(30)^2 h}$$

$$X_p = \frac{1}{30\pi h}$$

$$X_p = \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{\pi h}$$

O preço da pizza grande é 40 reais e seu raio é 40cm. Assim, o preço  $X_g$  por unidade de volume da pizza grande é:

$$X_G = \frac{40}{\pi(40)^2 h}$$

$$X_G = \frac{1}{40\pi h}$$

$$X_G = \frac{1}{40} \cdot \frac{1}{\pi h}$$

Os resultados obtidos pelo emprego da formulação matemática para a resolução do problema permitem que sejam realizados os processos de interpretar e avaliar, conforme segue.

O preço por unidade de volume da pizza pequena é maior do que o preço por unidade de volume da pizza pequena (para a pizza pequena, esse valor é dado pela multiplicação de  $\frac{1}{30}$  por  $\frac{1}{\pi h}$  e, para a pizza grande, é dado pela multiplicação de  $\frac{1}{40}$  por  $\frac{1}{\pi h}$ ). Logo, para o consumidor, é mais vantajoso comprar a pizza grande.

#### **Comentários sobre a resolução da questão 4.8.**


Para resolver à questão 4.8, o estudante deve:

- ✓ perceber que o aumento de preço da pizza não é diretamente proporcional ao aumento do raio da pizza;
- ✓ assumir que a pizza tem a geometria de um cilindro de altura  $h$  e de raio  $R$ ;
- ✓ compreender relações que envolvem frações;
- ✓ avaliar qual opção de pizza tem preço mais vantajoso para o consumidor.

## CAPÍTULO 5. Aplicação de regra para resolução de problema

Você já deve ter visto problemas como o apresentado na figura a seguir.

**Qual é o resultado?**

8 » 56	
7 » 42	
6 » 30	
5 » 20	
3 » ?	

Será que as “transformações” de 8 em 56, de 7 em 42, de 6 em 30 e de 5 em 20 foram feitas ao acaso ou seguiram alguma regra?

Parace que essas “transformações” ocorreram de acordo com a seguinte regra: faça a multiplicação de “um número” por “esse número menos 1”. Vamos aplicá-la para vermos se chegamos aos resultados mostrados na figura.

- Se o número for 8, o resultado é 56, pois a multiplicação de 8 por 7 dá 56.
- Se o número for 7, o resultado é 42, pois a multiplicação de 7 por 6 dá 42.
- Se o número for 6, o resultado é 30, pois a multiplicação de 6 por 5 dá 30.
- Se o número for 5, o resultado é 20, pois a multiplicação de 5 por 4 dá 20.

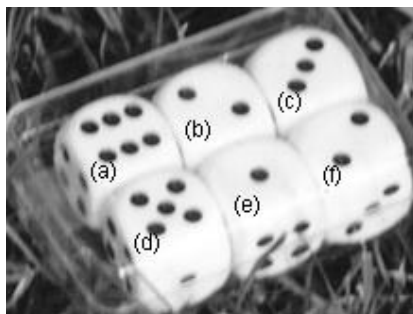
Logo, se o número for 3, o resultado é 6, pois a multiplicação de 3 por 2 dá 6.

Há vários outros exemplos em que resultados são obtidos pela aplicação de regras, como os desenvolvidos nas questões 5.1 a 5.6, extraídas do Pisa e traduzidas com algumas adaptações.

### QUESTÃO 5.1.

**Tema. Números em faces de seis dados.**

**Questão 5.1 (Pisa).** Na foto, há seis dados, identificados por (a), (b), (c), (d) e (f).



Para a confecção desses dados, segue-se uma regra: o número total de pontos em duas faces opostas do dado é sempre 7.

Escreva, em cada caixa abaixo, os números de pontos nas faces inferiores dos dados correspondentes à fotografia.

(a)	(b)	(c)
(d)	(e)	(f)

### Resolução da questão 5.1.

Foi dada a seguinte regra: o número total de pontos em duas faces opostas do dado é sempre igual a 7 pontos.

Assim, temos o que segue.

- A face (a) tem marca de 6 pontos. Logo, a face oposta à face (a) tem marca de 1 ponto, pois a soma de 6 pontos com 1 ponto resulta em 7 pontos.
- A face (b) tem marca de 2 pontos. Logo, a face oposta à face (b) tem marca de 5 pontos, pois a soma de 2 pontos com 5 pontos resulta em 7 pontos.
- A face (c) tem marca de 3 pontos. Logo, a face oposta à face (c) tem marca de 4 pontos, pois a soma de 3 pontos com 4 pontos resulta em 7 pontos.
- A face (d) tem marca de 5 pontos. Logo, a face oposta à face (d) tem marca de 2 pontos, pois a soma de 5 pontos com 2 pontos resulta em 7 pontos.
- A face (e) tem marca de 1 ponto. Logo, a face oposta à face (e) tem marca de 6 pontos, pois a soma de 1 ponto com 6 pontos resulta em 7 pontos.
- A face (f) tem marca de 2 pontos. Logo, a face oposta à face (f) tem marca de 5 pontos, pois a soma de 2 pontos com 5 pontos resulta em 7 pontos.

Logo, a indicação solicitada está indicada na figura a seguir.



(a)	(b)	(c)
1	5	4
2	6	5
(d)	(e)	(f)

**Comentários sobre a resolução da questão 5.1.**

Para resolver a questão 5.1, o estudante deve:

- ✓ compreender a regra que diz que o número total de pontos em duas faces opostas do dado é sempre igual a 7 pontos;
- ✓ observar as pontuações marcadas em faces de dados e calcular as pontuações nas faces opostas às faces mostradas.

**QUESTÃO 5.2.**

**Tema. Construção de dado seguindo a regra de "soma 7 em faces opostas".**

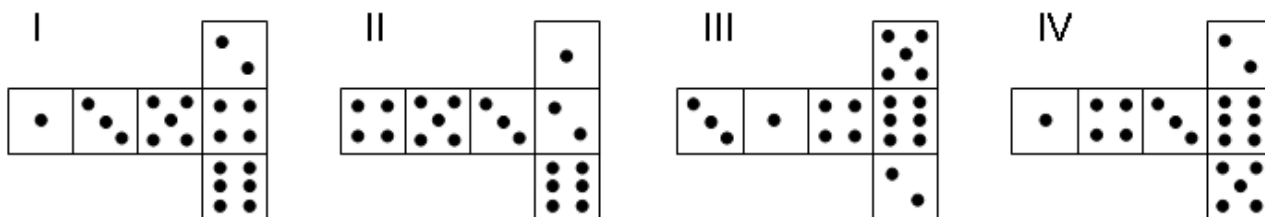
**Questão 5.2 (Pisa).** A figura a seguir ilustra dois dados.



Dados são cubos com faces numeradas aos quais se aplica a seguinte regra: o número total de pontos em duas faces opostas é sempre 7.

Você pode fazer um dado simples cortando, dobrando e colando um pedaço de papelão. Isso pode ser realizado de vários modos.

Considere, na imagem a seguir, as propostas de 4 recortes (I, II, III e IV) para a construção de um dado.



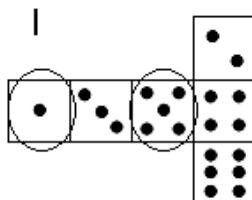
Quais desses recortes podem ser usados para a confecção de um dado que obedeça à regra de soma 7 em faces opostas? Para cada recorte, indique "Sim" ou "Não" no quadro a seguir.

Recorte	Obedece à regra de soma 7 em faces opostas?
I	"Sim"/"Não"
II	"Sim"/"Não"
III	"Sim"/"Não"
IV	"Sim"/"Não"

### Resolução da questão 5.2.

Vamos analisar, separadamente, cada proposta de recorte.

#### PROPOSTA I.

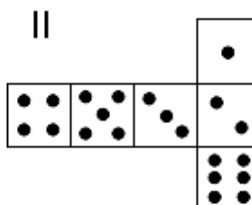


Na proposta I, temos um exemplo de situação em que o total de pontos em faces opostas não soma 7 pontos: as faces circuladas são opostas, mas a soma de seus pontos é 6, e não 7, pois 1 ponto + 5 pontos = 6 pontos.

Além dessa, há outras situações na proposta I em que a soma de pontos em faces opostas não resulta em 7.

Logo, a proposta I não pode ser usada para fazer um dado.

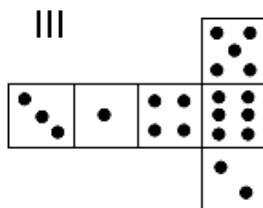
#### PROPOSTA II.



Na proposta II, em todas as situações o total de pontos em faces opostas soma 7 pontos.

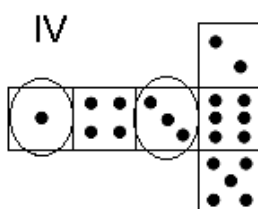
Logo, a proposta II pode ser usada para fazer um dado.

**PROPOSTA III.**



Na proposta III, em todas as situações o total de pontos em faces opostas soma 7 pontos. Logo, a proposta III pode ser usada para fazer um dado.

**PROPOSTA IV.**



Na proposta IV, temos um exemplo de situação em que o total de pontos em faces opostas não soma 7 pontos: as faces circuladas são opostas, mas a soma de seus pontos é 4, e não 7, pois 1 ponto + 3 pontos = 4 pontos.

Além dessa, há outras situações na proposta IV em que a soma de pontos em faces opostas não resulta em 7.

Logo, a proposta IV não pode ser usada para fazer um dado.

De acordo com as análises realizadas, temos o quadro a seguir.

Recorte	Obedece à regra de soma 7 em faces opostas?
I	"Sim"/" <u>Não</u> "
II	<u>"Sim"</u> /"Não"
III	<u>"Sim"</u> /"Não"
IV	"Sim"/" <u>Não</u> "

**Comentários sobre a resolução da questão 5.2.**

Para resolver à questão 5.2, o estudante deve:

- ✓ compreender a regra que diz que o número total de pontos em duas faces opostas do dado é sempre igual a 7 pontos.
- ✓ verificar propostas em que dobraduras e marcações obedeam à regra anterior e permitam a confecção de um dado.

### QUESTÃO 5.3.

Tema. Instruções para se fazer um bolete de 8 páginas.

Questão 5.3 (Pisa). A figura 1 mostra como fazer um pequeno folheto.

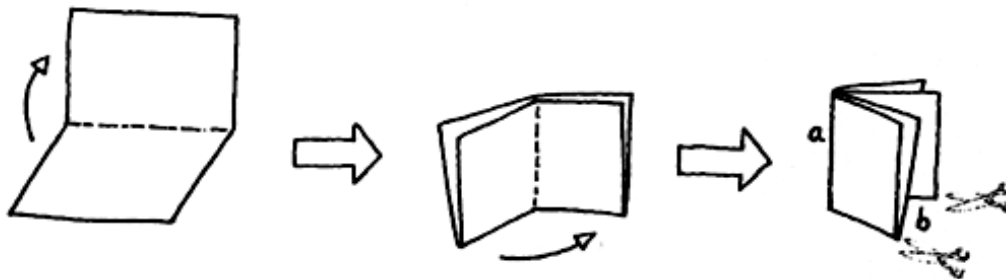


Figura 1.

As instruções para a confecção do folheto estão dadas a seguir.

- Pegue um pequeno pedaço de papel e dobre-o duas vezes.
- Grampeie a dobradura conforme indicado na figura 1 (parte a).
- Corte conforme indicado na figura 1 (duas vezes em b).

Assim, o resultado é um pequeno folheto com 8 páginas.

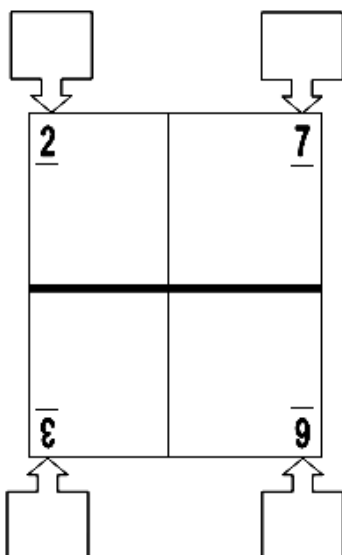
A figura 2 mostra um lado de um papel que foi usado para fazer um folheto. Os números de páginas foram colocados no papel com antecedência.

<u>2</u>			<u>7</u>
<u>3</u>			<u>9</u>

Figura 2.

A linha grossa indica onde o papel será cortado após o dobramento.

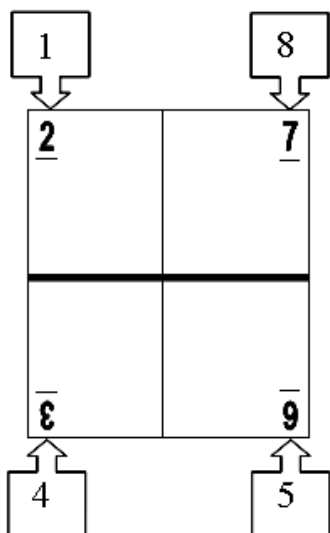
Escreva 1, 4, 5 e 8 nas caixas corretas do diagrama a seguir para mostrar quais números de página estão diretamente atrás das páginas de números 2, 3, 6 e 7.



### Resolução da questão 5.3.

Se dobrarmos a figura 2, fazendo com que a parte superior fique por cima da parte inferior, o 2 ficará em cima do 3 e o 7 ficará em cima do 6.

Após isso, se fizermos nova dobradura, da esquerda para a direita, teremos de ter as numerações da figura a seguir.



### Comentários sobre a resolução da questão 5.3.

Para resolver a questão 5.3, o estudante deve:

- ✓ compreender as instruções dadas para a confecção de um folheto;
- ✓ aplicar as instruções para obter a correta inserção de números de páginas a um folheto.

### QUESTÃO 5.4.

**Tema. Números de faces de uma torre que podem ser vistas de determinadas posições.**

**Questão 5.4 (Pisa).** Nas figuras 1 e 2, há dois desenhos da mesma torre. Na figura 1, vemos três faces do telhado da torre. Na figura 2, vemos quatro faces desse telhado.

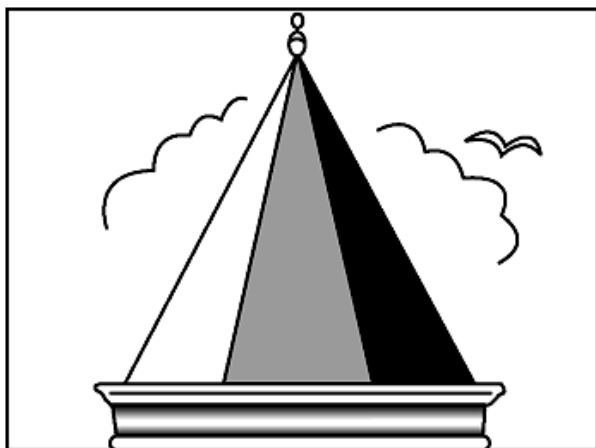


Figura 1

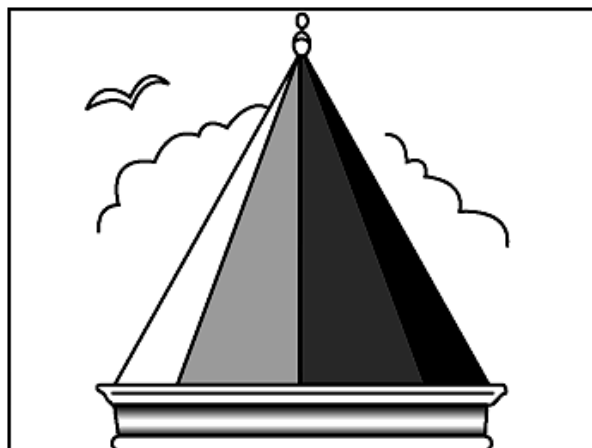
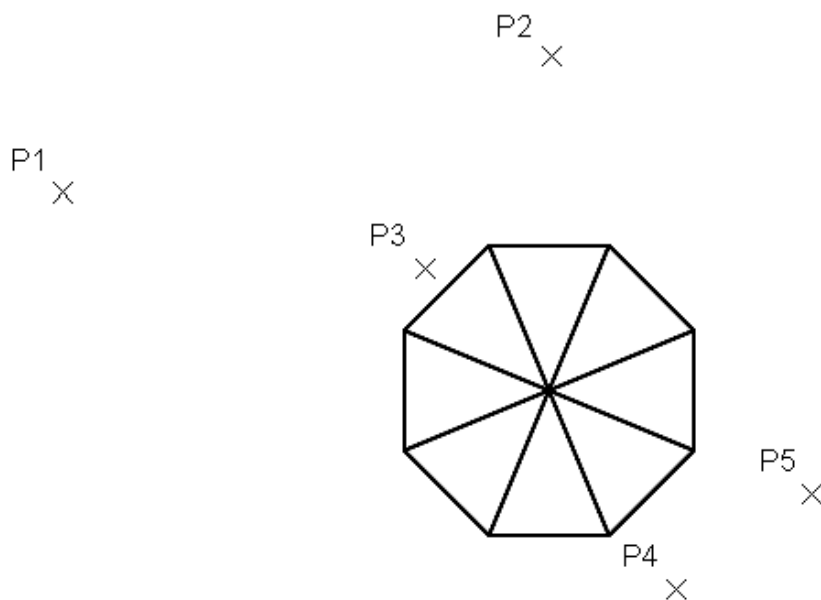


Figura 2

No diagrama a seguir, está mostrada uma vista do telhado da torre. Há as indicações de cinco posições (P1, P2, P3, P4 e P5), marcadas por X.

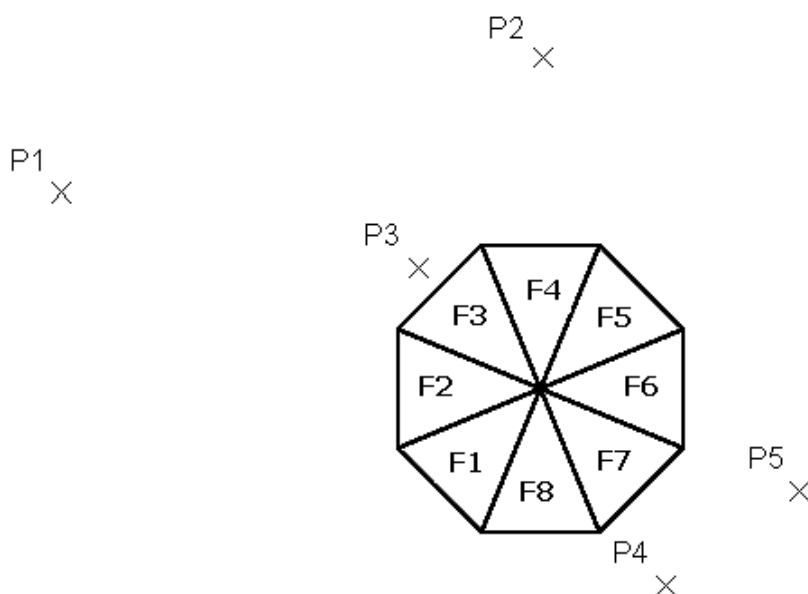


Indique, no quadro, o número de faces da torre que podem ser vistas de cada uma dessas posições.

Posição	Número de faces da torre que podem ser vistas de cada posição				
P1	1	2	3	4	Mais do que 4
P2	1	2	3	4	Mais do que 4
P3	1	2	3	4	Mais do que 4
P4	1	2	3	4	Mais do que 4
P5	1	2	3	4	Mais do que 4

### Resolução da questão 5.4.

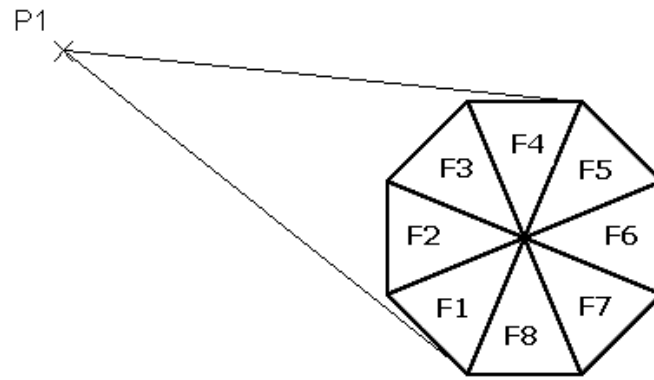
Na imagem, as faces da torre foram identificadas por F1, F2, F3, F4, F5, F6, F7 e F8.



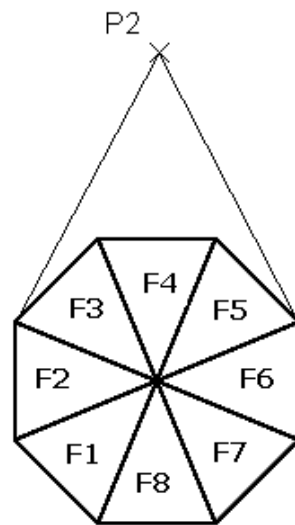
Nas próximas imagens, temos linhas que delimitam as faces que podem ser vistas das posições P1, P2, P3, P4 e P6, construídas de acordo com a regra: trace uma linha que parta da posição e que, seguindo à sua direita, encontre a ponta extrema da face mais distante, e trace uma linha que parta da posição e que, seguindo à sua esquerda, encontre a ponta extrema da face mais distante. Assim, temos o que segue.

- Da posição P1, podem ser vistas 4 faces (F1, F2, F3 e F4).
- Da posição P2, podem ser vistas 3 faces (F3, F4 e F5).
- Da posição P3, pode ser vista 1 face (F3).
- Da posição P4, podem ser vistas 2 faces (F7 e F8).
- Da posição P5, podem ser vistas 2 faces (F6 e F7).

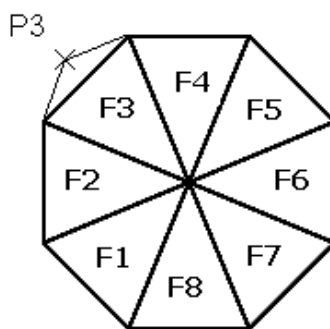
As 4 faces que podem ser vistas da posição P1 estão ilustradas a seguir.



As 3 faces que podem ser vistas da posição P2 estão ilustradas a seguir.

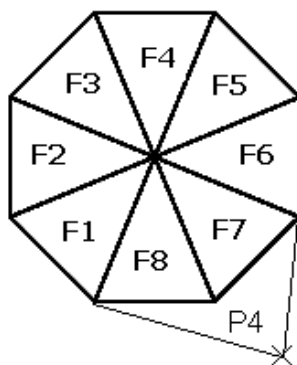


A face que pode ser vista da posição P3 está ilustrada a seguir.

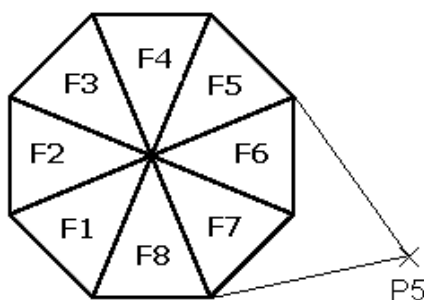


As 2 faces que podem ser vistas da posição P4 estão ilustradas a seguir.





As 2 faces que podem ser vistas da posição P5 estão ilustradas a seguir.



Assim, podemos indicar, no quadro, os números de faces da torre que podem ser vistas de cada uma das posições.

Posição	Número de faces da torre que podem ser vistas de cada posição				
P1	1	2	3	<u>4</u>	Mais do que 4
P2	1	2	<u>3</u>	4	Mais do que 4
P3	<u>1</u>	2	3	4	Mais do que 4
P4	1	<u>2</u>	3	4	Mais do que 4
P5	1	<u>2</u>	3	4	Mais do que 4

#### Comentários sobre a resolução da questão 5.4.

Para resolver à questão 5.4, o estudante deve:

- ✓ ler um desenho contendo a planta baixa do telhado de uma torre com 8 faces;
- ✓ entender as possibilidades de avistamentos das faces do telhado de acordo com a posição do observador.

#### QUESTÃO 5.5.

**Tema. Construção de padrões de estágios com quadrados.**



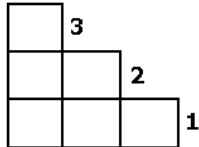
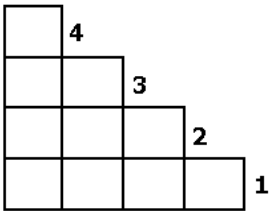
**Questão 5.5 (Pisa).** Robert constrói um padrão de estágios usando quadrados. Na figura a seguir, estão os três primeiros estágios dessa construção.



Como pode ser verificado, Robert usa um (1) quadrado para o estágio 1, três (3) quadrados para o estágio 2 e seis (6) quadrados para o estágio 3. Quantos quadrados devem ser usados para o estágio 4?

**Resolução da questão 5.5.**

No quadro a seguir, estão indicados, para cada estágio, o número de "degraus" e o número de quadrados da figura, que se assemelha a uma escadaria.

Estágio	Número de degraus	Número de quadrados	Figura
1	1	1	 1
2	2	3	 2 1
3	3	6	 3 2 1
4	4	10	 4 3 2 1

Concluimos que, para o estágio 4, devem ser usados 10 quadrados.

**Comentários sobre a resolução da questão 5.5.**

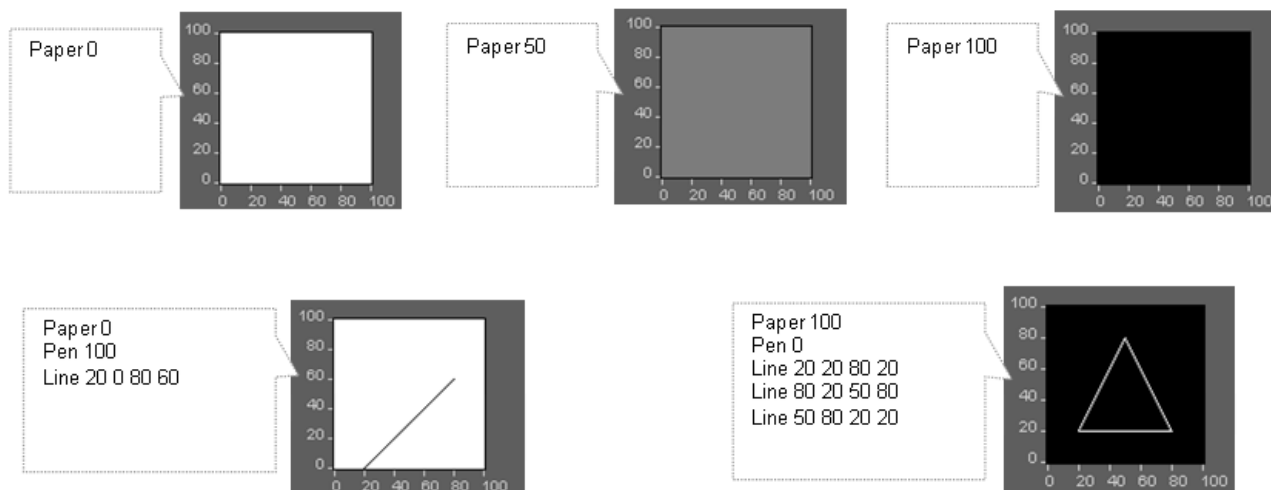
Para resolver à questão 5.5, o estudante deve:

- ✓ reconhecer o padrão usado para gerar figuras semelhantes a escadarias;
- ✓ propor o quarto estágio de determinado padrão de construção.

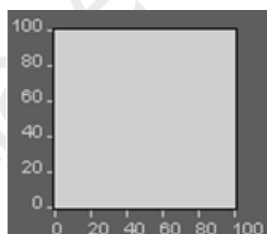
### QUESTÃO 5.6.

#### Tema. Ferramenta para construção de gráficos em computador.

**Questão 5.6 (Pisa).** "Design by Numbers" é uma ferramenta de desenho para a geração de gráficos em computadores. Figuras podem ser geradas dando-se uma série de comandos ao programa. Estude cuidadosamente os exemplos de comandos e suas respectivas figuras antes de responder aos itens a, b e c.

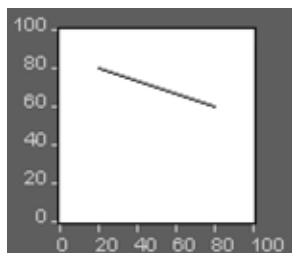


a) Qual comando gera o gráfico abaixo?



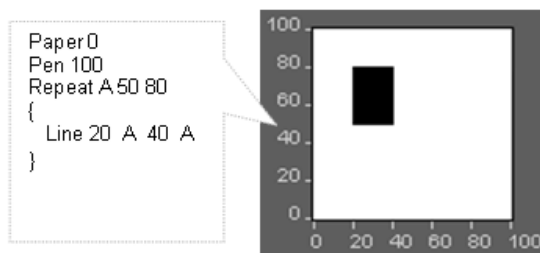
- A. Paper 0
- B. Paper 20
- C. Paper 50
- D. Paper 75

b) Qual conjunto de comandos gera o gráfico abaixo?



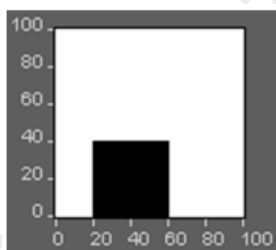
- A. Paper 100      Pen 0      Line 80 20 80 60
- B. Paper 0      Pen 100      Line 80 20 60 80
- C. Paper 100      Pen 0      Line 20 80 80 60
- D. Paper 0      Pen 100      Line 20 80 80 60

c) A imagem a seguir mostra um exemplo de uso do comando "Repeat".



O comando "Repeat A 50 80" diz para o programa repetir as ações entre parênteses { } para sucessivos valores de A, desde A=50 até A=80.

Com base nisso, escreva comandos para gerar a figura a seguir.

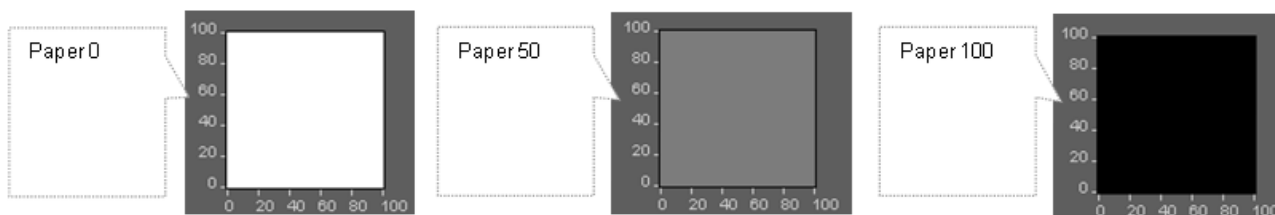


### Resolução da questão 5.5.

Inicialmente, vamos estudar os comandos "Paper", "Pen" e "Line" indicados na imagem do enunciado.

#### Comando "Paper"

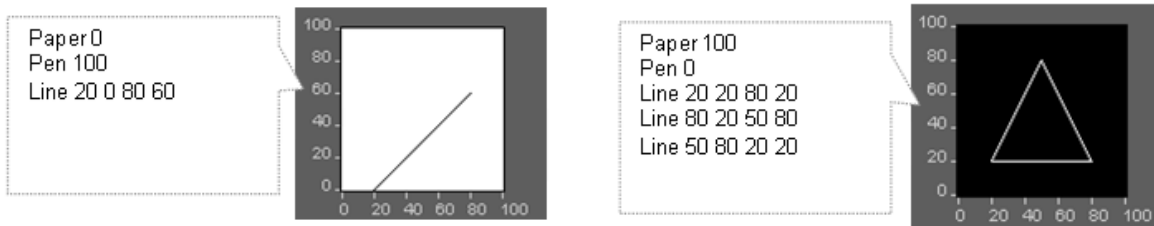
Pela figura a seguir, vamos estudar a influência do comando "Paper" no gráfico a ser contruído com a ferramenta "Design by Numbers".



Vemos que o comando "Paper" é responsável pela cor, em escala de cinza, do plano de fundo do gráfico. Lendo a figura, observamos que "Paper 0" corresponde ao branco, "Paper 50" corresponde ao cinza intermediário e "Paper 100" corresponde ao preto. Ou seja, em "Paper X", X varia de 0 a 100, sendo que, quanto maior o valor de X, mais escuro é o plano de fundo do gráfico.

### Comando "Pen"

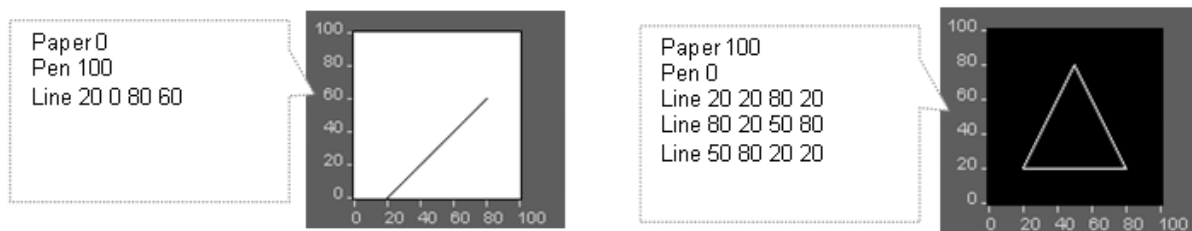
Pela figura a seguir, vamos estudar a influência do comando "Pen" no gráfico a ser contruído com a ferramenta "Design by Numbers".



Vemos que o comando "Pen" é responsável pela cor da linha do gráfico. Lendo a figura, observamos que "Pen 100" gera gráfico de linha preta e que "Pen 0" gera gráfico de linha branca.

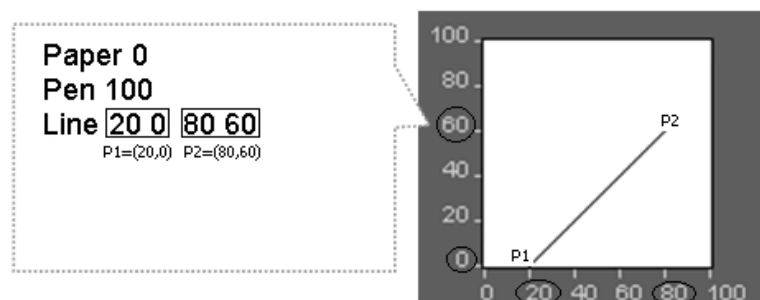
### Comando "Line"

Pela figura a seguir, vamos estudar a a influência do comando "Line" no gráfico a ser contruído com a ferramenta "Design by Numbers".



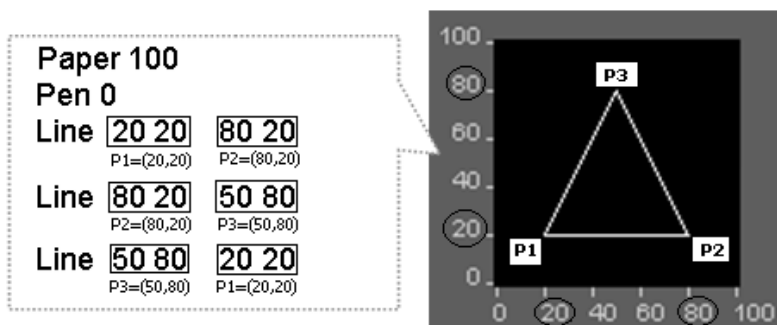
Vemos que o comando "Line" é responsável pela própria linha do gráfico.

Vamos começar com o primeiro gráfico, incluindo os destaques da figura a seguir.



Lendo a figura, observamos que "Line 20 0 80 60" gera um segmento de reta que inicia em  $P1=(20,0)$ , ponto com abscissa 20 e ordenada 0, e termina em  $P2=(80,60)$ , ponto com abscissa 80 e ordenada 60. Pelo fato de termos "Paper 0", o plano de fundo é branco. Pelo fato de termos "Pen 100", a linha do gráfico é preta.

Agora, vamos olhar para o segundo gráfico, incluindo os destaques da figura a seguir.



Lendo a figura, observamos que o conjunto de comandos "Line 20 20 80 20", "Line 80 20 50 80" e "Line 50 80 20 20" gera um triângulo cujos vértices são  $P1=(20,20)$ , ponto com abscissa 20 e ordenada 20,  $P2=(80,20)$ , ponto com abscissa 80 e ordenada 20, e  $P3=(50,80)$ , ponto com abscissa 50 e ordenada 80. Pelo fato de termos "Paper 100", o plano de fundo é preto. Pelo fato de termos "Pen 0", a linha do gráfico é branca.

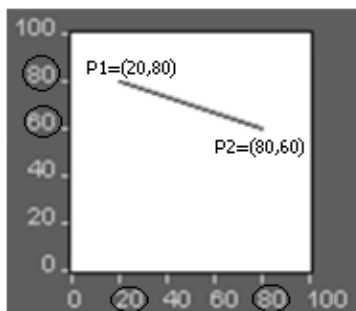
Feitas essas considerações preliminares, vamos responder aos itens da questão.

### Item a)

O plano de fundo da imagem deste item tem cor de cinza intermediário entre o branco, que corresponde a "Paper 0", e o cinza do enunciado, que corresponde a "Paper 50". Logo, esse plano de fundo corresponde ao comando "Paper X", com X entre 0 e 50. A única alternativa que atende a esse critério é a B, que indica "Paper 20".

### Item b)

Vamos ver, na figura dada neste item, detalhamentos de seus elementos.



Como o plano de fundo é branco, temos "Paper 0".

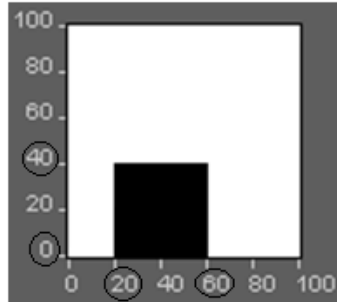
Como a linha do gráfico é preta, temos "Pen 100".

Como o gráfico é um segmento de reta que inicia em  $P1=(20,80)$ , ponto com abscissa 20 e ordenada 0, e termina em  $P2=(80,60)$ , ponto com abscissa 80 e ordenada 60, temos "Line 20 80 80 60".

Logo, a alternativa correta é a D.

### Item c)

Vamos ver, na figura dada neste item, detalhamentos de seus elementos.



Como o plano de fundo é branco, temos "Paper 0".

Como o preenchimento da figura é preto, temos "Pen 100".

Como a faixa horizontal da figura vai da abscissa 20 até a abscissa 60, temos, nessa direção, A de 20 até 60.

Como a faixa vertical da figura vai da ordenada 0 até a ordenada 40, temos, nessa direção, A de 0 até 40.

Com base nisso, os comandos para gerar a figura em estudo são os que seguem.

```
Paper 0
Pen 100
Repeat A 0 40
{
  Line 20 A 60 A
}
```

## CAPÍTULO 6. Uso de probabilidade e de medidas de tendência central.

### 6.1. Probabilidade.

Podemos calcular a probabilidade  $P$  de sucesso em algum evento, como, por exemplo, sortear a única bola de morango em um saco com 20 balas, pela divisão do "número de casos favoráveis para nosso sucesso" pelo "número total de casos possíveis", ou seja,

$$P = P(\text{sucesso}) = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número total de casos possíveis}}$$

Nessa situação, como há somente uma bala de morango no saco com o total de 20 balas, temos um caso favorável em 20 casos. Logo, a probabilidade de uma pessoa sortear essa única bala de morango é igual a 0,05, pois:

$$P(\text{bala de morango}) = \frac{1}{20} = 0,05$$

Como o número de casos favoráveis é sempre menor ou igual ao número total de casos possíveis, a probabilidade  $P$  é um número real que varia de 0 até 1 ( $0 \leq P \leq 1$ ). Muitas vezes, a probabilidade  $P$  é multiplicada por 100% para expressarmos o resultado em percentual (%).

Assim, para o exemplo em estudo, a probabilidade de uma pessoa sortear a bala de morango pode ser expressa, em termos percentuais, por 5%, visto que 0,05 multiplicado por 100% resulta em 5%.

Como 5% é menor do que 50%, há mais chance de a pessoa sortear uma bala que não seja de morango do que de sortear uma bala de morango.

Outro exemplo muito usado em probabilidades é o lançamento de um dado, com faces numeradas de 1 a 6. Nesse lançamento, qual é a probabilidade se obter uma face ímpar?

Há o número total de 6 casos possíveis, pois os possíveis resultados no lançamento de um dado são: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

O conjunto dos possíveis resultados de um experimento é definido como espaço amostral  $E$ . Logo, no lançamento de um dado,  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Dos 6 possíveis resultados (todo o espaço amostral  $E$ ), o sucesso corresponde à obtenção de face ímpar, ou seja, dos resultados 1, 3 ou 5.

Concluímos que, dos 6 possíveis resultados, apenas 3 deles são favoráveis.

Logo, a probabilidade de que, em um único lançamento do dado, se obtenha face ímpar é de "3 em 6", ou seja, 0,5 (ou 50%) pois:



$$P(\text{face ímpar}) = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número total de casos possíveis}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

## 6.2. Medidas de tendência central: média, mediana e moda.

As medidas de tendência central de um conjunto de dados numéricos são a média, a mediana e a moda. Cada uma dessas grandezas é calculada de modo diferente e tem significados distintos, conforme veremos a seguir.

### 6.2.1. Média

Vamos supor que você queira calcular a média do seguinte conjunto de números:

2	2	1	3	116
---	---	---	---	-----

Como a média de um conjunto de números é a soma de todos os valores, sendo essa soma dividida pela quantidade de números somados, para o exemplo em estudo, devemos somar os números 2, 2, 1, 3 e 116 e dividir o resultado dessa soma por 5. Isso resulta em média 24,8, pois:

$$\text{Média} = \frac{2 + 2 + 1 + 3 + 116}{5} = \frac{124}{5} = 24,8$$

Vemos que, nesse caso, o valor médio de 24,8 não corresponde a nenhum valor do conjunto de dados e que ele foi bastante afetado por um valor extremo (116).

A média não retrata, necessariamente, a realidade dos fatos. Por exemplo, se eu comer duas barras de chocolate e você não comer barra alguma, em média, cada um de nós comeu uma barra de chocolate. Mas você nem sentiu o sabor dessa guloseima...

### 6.2.2. Mediana

Agora, vamos supor que você queira calcular a mediana do seguinte conjunto de números:

2	2	1	3	116
---	---	---	---	-----

Como a mediana é o valor central da distribuição numérica, primeiramente, precisamos colocar os valores dados em ordem crescente, conforme feito a seguir.

1	2	<u>2</u>	3	116
---	---	----------	---	-----

Vemos que, no caso de 5 valores, o valor central é aquele que ocupa a terceira posição. Ou seja, é o 2. Assim, a mediana desse conjunto vale 2.

Observamos que a mediana não foi afetada por um valor extremo (116).

Se o conjunto de dados tiver um número ímpar de elementos, a mediana é a média dos dois valores centrais, como no exemplo a seguir.

10	12	12	20	21	30
----	----	----	----	----	----

Nesse caso, a mediana é 16, pois é a média entre os valores centrais (12 e 20), conforme calculado a seguir.

$$\text{Mediana} = \frac{12 + 20}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

### 6.2.3. Moda.

Finalmente, vamos supor que você queira determinar a moda do seguinte conjunto de números:

2	2	1	3	116
---	---	---	---	-----

Como a moda é o valor mais frequente (valor que aparece mais vezes), no caso em análise, ela vale 2.

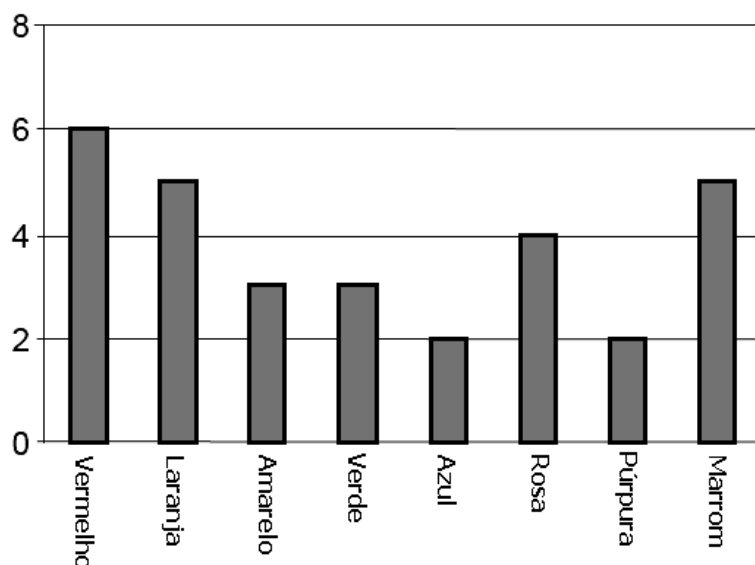
Se o conjunto de dados não tiver um valor mais frequente, ele não tem moda.

Vamos aplicar os conceitos estudados na resolução das questões 6.1 a 6.6, extraídas do Pisa e traduzidas com algumas adaptações.

### QUESTÃO 6.1.

#### Tema. Sorteio de uma bala colorida.

**Questão 6.1 (Pisa).** A mãe de Robert deixa que ele pegue uma bala de uma sacola cheia de balas. Os números de balas de cada cor na sacola estão mostrados no gráfico.



Qual é a probabilidade de que Robert pegue uma bala vermelha?

### Resolução da questão 6.1.

Vejamos, no quadro a seguir, feito pela leitura do gráfico do enunciado, as quantidades de balas de cada uma das cores.

Cor da bala	Quantidade
Vermelha	6
Laranja	5
Amarela	3
Verde	3
Azul	2
Rosa	4
Púrpura	2
Marrom	5
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>

A probabilidade  $P$  de sucesso em um evento é a divisão do "número de casos favoráveis para nosso sucesso" pelo "número total de casos possíveis":

$$P = P(\text{sucesso}) = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número total de casos possíveis}}$$

Assim, a probabilidade de que Robert pegue uma bala vermelha é a divisão do número de balas vermelhas (6) pelo número total de balas (30), conforme calculado a seguir.

$$P = \text{Probabilidade (bala vermelha)} = \frac{N^{\circ} \text{ de balas vermelhas}}{N^{\circ} \text{ total de balas}} = \frac{6}{30} = 0,2$$

Se multiplicarmos a probabilidade de 0,2 por 100%, vemos que, em termos percentuais, a probabilidade de que Robert pegue uma bala vermelha é igual a 20%.

### **Comentários sobre a resolução da questão 6.1.**

Para resolver à questão 6.1, o estudante deve:

- ✓ ler, em um gráfico, as quantidades de balas de cada uma das cores;
- ✓ aplicar uma definição de probabilidade.

### **QUESTÃO 6.2.**

#### **Tema. Probabilidade de ocorrência de um terremoto.**

**Questão 6.2 (Pisa).** Imagine que tenha sido apresentado um documentário sobre terremotos, no qual é dito com que frequência ocorrem e como podem ser previstos. Nesse documentário, um geólogo afirmou: “nos próximos 20 anos, a chance de um terremoto acontecer na cidade de Zed é de duas em três”.

Qual das sentenças abaixo reflete o significado da afirmação do geólogo?

- A. Como  $(2/3) \times 20 = 13,3$ , entre 13 e 14 anos a partir de agora, ocorrerá um terremoto na cidade de Zed.
- B. Como  $2/3$  é maior do que  $1/2$ , temos certeza de que ocorrerá um terremoto na cidade de Zed em algum momento nos próximos 20 anos.
- C. A probabilidade de ocorrer um terremoto na cidade de Zed em algum momento nos próximos 20 anos é maior do que a probabilidade de ele não ocorrer.
- D. Não se pode dizer sobre o que irá acontecer, pois ninguém sabe quando um terremoto ocorrerá.

#### **Resolução da questão 6.2.**

Segundo o geólogo, “nos próximos 20 anos, a chance de um terremoto acontecer na cidade de Zed é de duas (2) em três (3)”. Isso significa que a probabilidade de que ocorra um terremoto em Zed nos próximos 20 anos é de  $2/3$  (cerca de 0,67 ou 67%).

Com base nessa interpretação, vamos analisar as alternativas apresentadas na questão.

#### **Alternativas A e B.**

As alternativas A e B são incorretas, pois a probabilidade de  $2/3$  fornece a chance de um terremoto acontecer em Zed nos próximos 20 anos, e não dá a certeza de que ele irá ocorrer.

### **Alternativa C.**

A alternativa C é correta, pois a probabilidade de ocorrer um terremoto na cidade de Zed em algum momento nos próximos 20 anos, de  $2/3$ , é maior do que a probabilidade de ele não ocorrer, visto que dois terços é maior do que um terço ( $2/3 > 1/3$ ).

### **Alternativa D.**

A alternativa D é incorreta, pois a probabilidade de  $2/3$  indica que há chance significativa (cerca de 67%) de ocorrência de um terremoto na cidade de Zed em algum momento nos próximos 20 anos.

### **Comentários sobre a resolução da questão 6.2.**

Para resolver à questão 6.2, o estudante deve:

- ✓ entender que a chance de duas (2) em três (3) equivale à probabilidade de  $2/3$  (ou 67%);
- ✓ compreender o conceito de probabilidade;
- ✓ observar que expressões como “realmente ocorrerá” e “é certo que” não estão relacionadas a probabilidades, a menos que a probabilidade seja de 100%.

### **QUESTÃO 6.3.**

#### **Tema. Previsão de ocorrência de chuva.**

**Questão 6.3 (Pisa).** Para dado dia, a previsão do tempo afirma que, das 12h às 18h, a chance de ocorrência de chuva é de 30%.

Assinale a alternativa que corresponde à melhor interpretação dessa previsão do tempo.

- A. Em 30% da área à qual a previsão se refere haverá chuva.
- B. Em 30% de 6 horas, ou seja, durante o total de 108 minutos, haverá chuva.
- C. Em relação às pessoas da área à qual a previsão se refere, pode-se afirmar que 30 a cada 100 pegarão chuva.
- D. Se a mesma previsão fosse dada para 100 dias, em 30 dias desses 100 dias haveria chuva.
- E. A quantidade de chuva será 30% da intensidade de uma forte precipitação (medida como “chuva por unidade de tempo”).

### **Resolução da questão 6.3.**

No enunciado, foi dito que, para dado dia, a previsão de ocorrência de chuva, das 12h às 18h, é de 30%.

Com base nessa informação, vamos analisar as alternativas da questão.

**Alternativa A.**

A alternativa A é incorreta, pois a previsão não se relaciona à área na qual pode haver chuva e, também, não se refere à certeza de ocorrência de chuva.

**Alternativa B.**

A alternativa B é incorreta, pois a previsão não se relaciona à duração de tempo em que pode haver chuva e, também, não se refere à certeza de ocorrência de chuva.

**Alternativa C.**

A alternativa C é incorreta, pois a previsão não se refere ao número de pessoas que pegarão chuva.

**Alternativa D.**

A alternativa D é correta, pois a previsão de 30% ocorrência de chuva permite que se infira que, se a mesma previsão fosse dada para 100 dias, em 30 deles haveria chuva.

**Alternativa E.**

A alternativa C é incorreta, pois a previsão não se refere à intensidade da precipitação.

**Comentários sobre a resolução da questão 6.3.**

Para resolver à questão 6.3, o estudante deve:

- ✓ entender que a previsão de 30% de ocorrência de chuva equivale à previsão de que, para 100 dias, em 30 deles haveria chuva;
- ✓ compreender o conceito de probabilidade.

**QUESTÃO 6.4.**

**Tema. Média de Mei Ling em cinco testes de ciências.**

**Questão 6.4 (Pisa).** Na escola de Mei Ling, a professora de ciências aplica cinco testes. A pontuação do aluno em cada teste pode chegar a 100 pontos. Mei Ling obteve média de 60 pontos nos seus primeiros quatro testes de ciências. No quinto teste, ela alcançou 80 pontos. Qual foi a média de Mei Ling após ter feito todos os cinco testes?

**Resolução da questão 6.4.**

No quadro a seguir, temos um resumo das notas de Mei Ling nos cinco testes.

Teste	Nota de Mei Ling (pontos)
Primeiro teste	N1
Segundo teste	N2
Terceiro teste	N3
Quarto teste	N4
Quinto teste	80

Foi dito que Mei Ling obteve média  $M1$  de 60 pontos nos seus primeiros quatro testes. Logo:

$$M1 = \frac{N1 + N2 + N3 + N4}{4}$$

$$60 = \frac{N1 + N2 + N3 + N4}{4}$$

$$60 \cdot 4 = N1 + N2 + N3 + N4$$

$$N1 + N2 + N3 + N4 = 240$$

No quinto teste, Mei Ling alcançou 80 pontos. Logo, sua média  $M2$  após ter feito todos os cinco testes é de 64 pontos, pois:

$$M2 = \frac{N1 + N2 + N3 + N4 + N5}{5}$$

Vimos que  $N1 + N2 + N3 + N4 = 240$  e que  $N5$  é igual a 80 pontos. Assim:

$$M2 = \frac{240 + 80}{5} = \frac{320}{5} = 64 \text{ pontos}$$

#### Comentários sobre a resolução da questão 6.4.

Para resolver à questão 6.4, o estudante deve:

- ✓ compreender as notas obtidas por Mei Ling em testes de ciências;
- ✓ aplicar a expressão para o cálculo da média das notas de Mei Ling.

#### QUESTÃO 6.5.

##### Tema. Altura média de 25 garotas de uma sala de aula.

**Questão 6.5 (Pisa).** Há 25 garotas em uma sala de aula. A altura média dessas garotas é 130cm. Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

- a) Explique como essa altura média de 130cm pode ser obtida.

**b)** Identifique as afirmativas dadas no quadro a seguir como "Verdadeiras" ou "Falsas".

<b>Afirmativa</b>	<b>Situação</b>
Se houver uma garota com altura igual a 132cm nessa sala, também tem de haver uma garota com altura igual a 128cm.	"Verdadeira"/"Falsa"
A maioria das garotas da sala tem de ter altura igual a 130cm.	"Verdadeira"/"Falsa"
Se as garotas da sala forem ordenadas da mais baixa para a mais alta, a garota do meio tem de ter altura igual a 130cm.	"Verdadeira"/"Falsa"
Metade das garotas da sala tem de ter altura inferior a 130cm e metade das garotas da sala tem de ter altura superior a 130cm.	"Verdadeira"/"Falsa"

**c)** Imagine que tenha sido encontrado um erro na medida da altura de uma garota. Essa altura foi dada como 120cm, mas, na realidade, é 145cm. Feita essa correção, qual é a verdadeira altura média das garotas da sala?

### **Resolução da questão 6.5.**

#### **Item a)**

A altura média de 130cm pode ser obtida somando-se as alturas de cada uma das 25 garotas e dividindo-se esse resultado por 25.

#### **Item b)**

Vamos analisar cada uma das afirmativas presentes no quadro.

#### **Primeira afirmativa.**

A primeira afirmativa é falsa, pois, se houver uma garota com altura igual a 132cm, não necessariamente deve haver outra garota com altura igual a 128cm, visto que 130cm é altura média do grupo de 25 garotas, e não apenas de 2 garotas (uma com 132cm e outra com 128cm).

#### **Segunda afirmativa.**

A segunda afirmativa é falsa, pois não necessariamente a maioria das garotas da sala deve ter altura igual a 130cm. Como 130cm é altura média do grupo de 25 garotas, pode haver garotas com alturas superiores a 130cm que "compensem" garotas com alturas inferiores a 130cm.



**Terceira afirmativa.**

A terceira afirmativa é falsa, pois não necessariamente se as garotas da sala forem ordenadas da mais baixa para a mais alta, a garota do meio tem de ter altura igual a 130cm. Essa situação refere-se à determinação da mediana das alturas, e não da média das alturas.

**Quarta afirmativa.**

A quarta afirmativa é falsa, pois não é necessário que metade das garotas da sala tenham altura inferior a 130cm e metade das garotas da sala tenham altura superior a 130cm para que a altura média seja igual a 130cm. Além disso, essa situação não seria possível, pois a sala tem um número ímpar de alunas.

Os resultados das análises feitas estão no quadro a seguir.

Afirmativa	Situação
Se houver uma garota com altura igual a 132cm nessa sala, também tem de haver uma garota com altura igual a 128cm.	"Verdadeira"/ <u>"Falsa"</u>
A maioria das garotas da sala tem de ter altura igual a 130cm.	"Verdadeira"/ <u>"Falsa"</u>
Se as garotas da sala forem ordenadas da mais baixa para a mais alta, a garota do meio tem de ter altura igual a 130cm.	"Verdadeira"/ <u>"Falsa"</u>
Metade das garotas da sala tem de ter altura inferior a 130cm e metade das garotas da sala tem de ter altura superior a 130cm.	"Verdadeira"/ <u>"Falsa"</u>

**Item c)**

Inicialmente, a altura média M1 do grupo de 25 garotas foi calculada em 130cm. Se chamarmos de S1 a soma das alturas de cada uma das meninas, temos o seguinte:

$$M1 = 130 = \frac{S1}{25}$$

$$S1 = 130 \cdot 25$$

$$S1 = 3.250$$

Houve um erro na medida da altura de uma garota: ela foi dada como 145cm, mas, na realidade, é 120cm. Ou seja, a soma S1, igual a 3.250, está com 25 a mais do que deveria ser, que é a diferença entre 145 e 120 (145-120=25).

Logo, a soma verdadeira S2 das alturas das garotas deveria ser 3.225, pois:

$$S2 = S1 - 25 = 3.250 - 25 \Rightarrow S2 = 3.225$$

Assim, feita a correção, a altura média verdadeira  $M_2$  do grupo de 25 garotas é igual a 129cm, pois:

$$M_2 = \frac{S_2}{25} = \frac{3.225}{25}$$

$$M_2 = 129\text{cm}$$

### Comentários sobre a resolução da questão 6.5.

Para resolver à questão 6.5, o estudante deve:

- ✓ saber como se calcula a altura média de um grupo de 25 garotas;
- ✓ compreender o significado de altura média;
- ✓ corrigir valores no cálculo da altura média de um grupo de 25 garotas, em função de uma medida feita erroneamente.

### QUESTÃO 6.6.

#### Tema. Pesquisas de verificação do apoio ao presidente para a próxima eleição.

**Questão 6.6 (Pisa).** Em Zedland, foram realizadas pesquisas de opinião para se verificar o nível de apoio ao presidente para a próxima eleição. Quatro jornais (jornal 1, jornal 2, jornal 3 e jornal 4) conduziram, separadamente, pesquisas nacionais. Os resultados dessas pesquisas estão mostrados a seguir.

- **Jornal 1:** 36,5% de apoio (pesquisa realizada em 6 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto selecionados randomicamente).
- **Jornal 2:** 41,0% de apoio (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 500 cidadãos com direito a voto selecionados randomicamente).
- **Jornal 3:** 39,0% de apoio (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com uma amostra de 1.000 cidadãos com direito a voto selecionados randomicamente).
- **Jornal 4:** 44,5% de apoio (pesquisa realizada em 20 de janeiro, com 1.000 leitores telefonando para participar).

Em qual dos jornais o resultado é mais provável de ser a melhor previsão para o nível de apoio ao presidente se a eleição ocorrer em 25 de janeiro? Dê duas razões que justifiquem sua resposta.

### Resolução da questão 6.6.

Para respondermos à questão, vamos fazer alguns comentários prévios.

- A pesquisa do jornal 1 é a menos recente, pois foi realizada em 6 de janeiro e as pesquisas dos outros jornais foram feitas em 20 de janeiro.
- A pesquisa do jornal 4 não foi feita randomicamente, enquanto as pesquisas dos outros jornais foram feitas randomicamente.
- As pesquisas dos jornais 1, 2 e 3 foram feitas randomicamente, mas as pesquisas dos jornais 1 e 2 foram realizadas com 500 pessoas, enquanto a pesquisa do jornal 4 foi realizada com 1.000 pessoas.

Com base nesses comentários, concluímos que a melhor previsão é a do jornal 3, pois sua pesquisa é a mais recente, trabalhou com seleção randômica de participantes e teve maior tamanho de amostra.

**Nota.** A melhor amostra não é necessariamente a maior de todas. Em uma boa amostra, os diferentes componentes da população devem aparecer na mesma proporção em que aparecem na própria população.

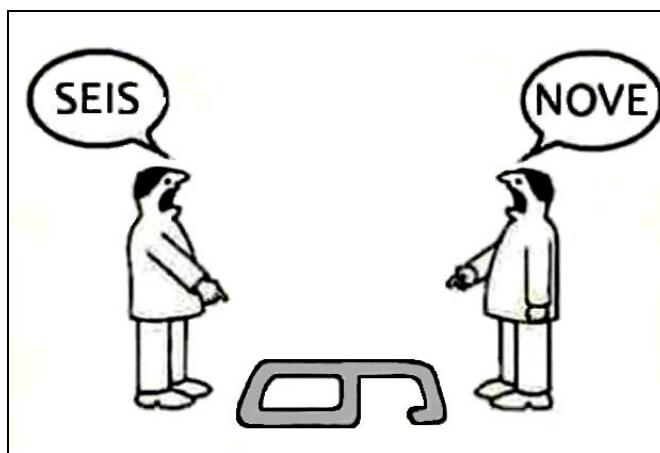
#### **Comentários sobre a resolução da questão 6.6.**

Para resolver à questão 6.6, o estudante deve:

- ✓ comparar as condições com que foram realizadas 4 pesquisas sobre o nível de apoio ao presidente para a próxima eleição;
- ✓ identificar a pesquisa que apresenta a melhor previsão de resultados.

## CAPÍTULO 7. Análise crítica de informações

Quando lemos um texto, devemos analisar criticamente as informações nele contidas. O primeiro passo para que façamos isso é compreender a mensagem transmitida, como, por exemplo, na imagem a seguir.



Na figura, há duas pessoas, com expressões enfáticas, proclamando diferentes números para uma mesma representação: uma diz "seis" e outra diz "nove". Quem tem razão? O que se tenta transmitir ao leitor nessa situação?

Vemos que se trata de uma situação em que não há veredito de certo ou de errado: dependendo da posição, a pessoa vê um "seis" ou vê um "nove". Ou seja, pretende-se passar a mensagem de que o certo e o errado estão associados à posição do observador.

Agora, vamos fazer uma leitura crítica de um texto publicado, em 1990, em um jornal brasileiro.

*Gera-se, assim, o círculo vicioso do pessimismo. As coisas não andam porque ninguém confia no governo. E porque ninguém confia no governo, as coisas não andam.*

Gilberto Dimenstein, Folha de S. Paulo, 22.11.90

A intenção da declaração era mostrar uma relação de causa e consequência. No entanto, o autor somente inverteu a ordem das orações, o que não alterou a relação de causa e consequência. Houve apenas a repetição da oração "porque ninguém confia no governo", sem a ocorrência da mútua causalidade entre "as coisas não andam bem" e "ninguém confia no governo".

Para que o real objetivo fosse alcançado, a texto deveria ter sido escrito como segue.

*Gera-se, assim, o círculo vicioso do pessimismo. As coisas não andam porque ninguém confia no governo e ninguém confia no governo porque as coisas não andam.*

Vamos analisar mais situações que demandam análise crítica de informações nas questões 7.1 a 7.16, extraídas do Pisa e traduzidas com algumas adaptações.

### QUESTÃO 7.1.

#### Tema. Reconhecimento das tarefas prioritárias de acordo com o orçamento.

**Questão 7.1 (Pisa).** Claire e seus amigos vão alugar uma casa, sendo que eles

- estão trabalhando faz dois meses;
- não têm qualquer reserva de dinheiro;
- recebem pagamentos mensais e acabaram de receber seus salários;
- fizeram a lista de tarefas mostrada a seguir.

Tarefas	• Instalar TV a cabo.
	• Pagar o aluguel.
	• Comprar móveis para a parte externa da casa.

Indique "Sim", no quadro a seguir, para a tarefa que provavelmente necessita de maior prontidão de Claire e seus amigos. Para as outras tarefas, indique "Não".

Tarefa	A tarefa necessita de pronta atenção?
Instalar TV a cabo.	"Sim"/"Não"
Pagar o aluguel.	"Sim"/"Não"
Comprar móveis para a parte externa da casa.	"Sim"/"Não"

#### Resolução da questão 7.1.

Para resolvermos à questão, precisamos reconhecer que, frente às restrições orçamentárias de Claire e seus amigos, que trabalham faz pouco tempo e não têm poupança em dinheiro, das opções de tarefas apresentadas, a prioridade é o pagamento do aluguel. A instalação de TV a cabo e a compra de móveis para a parte externa da casa são tarefas que podem ser postergadas, mas o não pagamento de aluguel implica a incidência de multas ou até a desocupação forçada do imóvel. Logo, ficamos com a situação do quadro a seguir.

Tarefa	A tarefa necessita de pronta atenção?
Instalar TV a cabo.	"Sim"/" <b>Não</b> "
Pagar o aluguel.	<b>"Sim"</b> /"Não"
Comprar móveis para a parte externa da casa.	"Sim"/" <b>Não</b> "

#### Comentários sobre a resolução da questão 7.1.

Para resolver à questão 7.1, o estudante deve:

- ✓ avaliar as condições orçamentárias de Claire e seus amigos;
- ✓ identificar a tarefa que necessita pronto atendimento, frente às restrições orçamentárias de Claire e seus amigos.

## QUESTÃO 7.2.

### Tema. Identificação de depósito bancário relativo a pagamento de salário mensal.

**Questão 7.2 (Pisa).** Todo mês, o salário de Jane Green é depositado em sua conta bancária. No quadro a seguir, encontra-se o resumo desse pagamento relativo a julho, realizado no último dia do mês.

<b>Nome do funcionário:</b> Jane Green
<b>Posição:</b> de 1 de julho a 31 de julho
<b>Salário bruto:</b> 2.800 zeds
<b>Deduções:</b> 300 zeds
<b>Salário líquido:</b> 2.500 zeds
<b>Salário bruto acumulado até o momento:</b> 19.600 zeds

Qual foi o valor que o empregador depositou na conta bancária de Jane em 31 de julho?

### Resolução da questão 7.2.

O valor efetivamente depositado pelo empregador na conta bancária de Jane em 31 de julho corresponde ao seu salário líquido. Logo, esse valor foi de 2.500 zeds.

Veja que o salário líquido (2.500 zeds) é o salário bruto (2.800 zeds) menos as deduções (300 zeds). O salário bruto acumulado (19.600 zeds) não é o valor depositado em dado mês, mas o somatório de valores de vários meses de salário bruto.

### Comentários sobre a resolução da questão 7.2.

Para resolver à questão 7.2, o estudante deve:

- ✓ distinguir os seguintes conceitos de salário bruto, salário líquido e salário bruto acumulado;
- ✓ ler dados de uma tabela de lançamentos e pagamentos;
- ✓ identificar o valor efetivamente depositado na conta de Jane em 31 de julho.

## QUESTÃO 7.3.

### Tema. Avaliação de fatores que influem em preço de seguro de motocicleta.

**Questão 7.3 (Pisa).** No ano passado, a motocicleta de Steve foi segurada pela companhia PINSURA. A apólice de seguros incluía a cobertura por danos à motocicleta advindos de acidentes e a cobertura por roubo.

Steve planeja renovar seu seguro com a PINSURA neste ano, mas uma série de situações na vida dele sofreram alterações.

No quadro a seguir, encontram-se os fatores da vida de Steve que tiveram mudanças.

Indique, nesse quadro, as respostas corretas à seguinte pergunta: "como o fator provavelmente afeta o custo do seguro de Steve"?

<b>Fator</b>	<b>Como o fator provavelmente afeta o custo do seguro de Steve?</b>
Steve trocou sua velha motocicleta por um modelo muito mais potente.	"Aumenta o custo"/"Reduz o custo"/"Não afeta o custo".
Steve pintou sua motocicleta com uma cor diferente da cor original.	"Aumenta o custo"/"Reduz o custo"/"Não afeta o custo".
Steve foi responsável por dois acidentes rodoviários no ano passado.	"Aumenta o custo"/"Reduz o custo"/"Não afeta o custo".

### Resolução da questão 7.3.

Para resolvermos à questão, precisamos reconhecer que há fatores que elevam a chance de ocorrência de acidentes de trânsito e que encarecem o valor do seguro de uma moto, como sua troca por um modelo mais potente e o histórico de culpa do proprietário por acidentes rodoviários anteriores.

Logo, ficamos com a situação do quadro a seguir.

<b>Fator</b>	<b>Como o fator provavelmente afeta o custo do seguro de Steve?</b>
Steve trocou sua velha motocicleta por um modelo muito mais potente.	<b>"Aumenta o custo"</b> /"Reduz o custo"/"Não afeta o custo"
Steve pintou sua motocicleta com uma cor diferente da cor original.	"Aumenta o custo"/"Reduz o custo"/ <b>"Não afeta o custo"</b>
Steve foi responsável por dois acidentes rodoviários no ano passado.	<b>"Aumenta o custo"</b> /"Reduz o custo"/"Não afeta o custo"

### Comentários sobre a resolução da questão 7.3.

Para resolver à questão 7.3, o estudante deve:

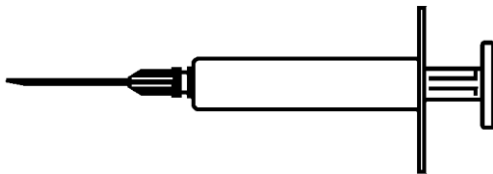
- ✓ identificar fatores que geram aumentos de custos em um seguro de moto.

### QUESTÃO 7.4.

#### Tema. Imunização contra a gripe na empresa ACOL.

**Questão 7.4 (Pisa).** Como você deve saber, durante o inverno, a gripe pode atingir as pessoas de modo rápido e amplo e pode deixar suas vítimas doentes por semanas.

A melhor maneira de combater o vírus da gripe é manter o corpo saudável. A realização de exercícios físicos diários e a adoção de uma dieta que inclua frutas e vegetais em abundância são altamente recomendadas para ajudar o sistema imunológico a lutar contra esse vírus invasor.

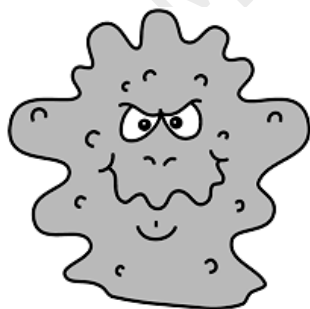


A empresa ACOL decidiu oferecer aos funcionários a oportunidade de serem imunizados contra a gripe como uma forma adicional de evitar que esse vírus se espalhe.

A ACOL contratou uma enfermeira para administrar as imunizações, em sessão de meio período, dentro do horário de trabalho, na semana de 17 de maio. Esse programa é gratuito e está disponível para todos os membros da equipe.

A participação é voluntária. Os funcionários que aceitam, são convidados a assinar um formulário de consentimento, indicando que eles não têm alergias e entendem que podem sofrer pequenos efeitos colaterais.

O conselho médico orienta que a imunização não produz influenza. No entanto, ela pode causar alguns efeitos colaterais, como fadiga, febre leve e sensibilidade no braço.



Fiona McSweeney, diretora de setor de pessoal da ACOL, preparou a folha de informações a seguir para os funcionários da empresa.



## **FOLHA DE INFORMAÇÕES**

### **Quem deve ser imunizado?**

*Qualquer pessoa interessada em ser protegida contra o vírus.*

*Essa imunização é especialmente recomendada para pessoas com mais de 65 anos. Mas, independentemente da idade, ela é direcionada a qualquer pessoa que tenha doença debilitante crônica, especialmente doenças cardíacas, pulmonares, brônquicas ou diabéticas. Em um ambiente de escritório, todos os funcionários correm o risco de contrair a gripe.*

### **Quem não deve ser imunizado?**

*Indivíduos hipersensíveis ao ovo, pessoas que sofrem de doença febril aguda e mulheres grávidas. Verifique com seu médico se você está tomando algum medicamento que apresente interação ou teve reação anterior a uma injeção contra a gripe.*

*Se você gostaria de ser imunizado na semana de 17 de maio, avise a pessoa responsável, Fiona McSweeney, até sexta-feira, 7 de maio. A data e a hora serão definidas de acordo com a disponibilidade da enfermeira, o número de participantes e o horário conveniente para a maioria dos funcionários. Se você gostaria de ser imunizado para este inverno, mas não puder ir no horário proposto, informe Fiona. Uma sessão alternativa pode ser organizada se houver número suficiente de interessados.*

*Para mais informações, entre em contato com Fiona pelo ramal 5577.*

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Assinale a alternativa que apresenta uma característica do programa de imunização da gripe ACOL.

- A. Aulas diárias de exercício serão executadas durante o inverno.
- B. As vacinas serão administradas durante o horário de trabalho.
- C. Um pequeno bônus será oferecido aos participantes.
- D. Um médico dará as injeções.

**b)** A folha de informações sugere que se você quer se proteger contra o vírus da gripe, a vacinação

- A. é mais eficaz do que o exercício físico e uma dieta saudável, no entanto, oferece maiores riscos.
- B. é uma boa ideia, mas não substitui o exercício e uma dieta saudável.
- C. é tão eficaz quanto o exercício e uma dieta saudável, e é menos problemática.
- D. não deve ser considerada se a pessoa fizer exercícios e tiver dieta saudável.

**c)** Considere o trecho a seguir da folha de informações.

### **Quem deve ser imunizado?**

*Qualquer pessoa interessada em ser protegida contra o vírus.*

Depois de Fiona ter feito a folha de informações circular, um colega disse que ela deveria ter retirado o trecho "qualquer pessoa interessada em ser protegida contra o vírus", porque se trata de uma mensagem enganosa.

Você concorda que essas palavras são enganosas e não deveriam ter sido colocadas na folha de informações? Justifique sua resposta.

**d)** De acordo com a folha de informações, qual dos funcionários abaixo precisa entrar em contato com Fiona?

- A. Steve, que trabalha na loja da empresa e não quer ser imunizado, pois prefere confiar em sua imunidade natural.
- B. Julie, que trabalha no setor de vendas e quer saber se o programa de imunização é obrigatório.
- C. Alice, que trabalha na sala de correio e gostaria de ser imunizada neste inverno, mas terá um bebê em dois meses.
- D. Michael, que trabalha no setor de relatórios e gostaria de ser imunizado, mas estará de licença na semana de 17 de maio.

#### **Resolução da questão 7.4.**

##### **Item a)**

Com base nos dados do enunciado, vamos analisar as alternativas apresentadas neste item.

##### **Alternativas A e C.**

As alternativas A e C são incorretas, pois a ACOL não forneceu um programa de aulas diárias de exercício no inverno e não ofereceu um pequeno bônus aos participantes do programa de imunização.

##### **Alternativa B.**

A alternativa B é correta, pois, segundo o texto, a "ACOL contratou uma enfermeira para administrar as imunizações, em sessão de meio período, dentro do horário de trabalho, na semana de 17 de maio".

##### **Alternativa D.**

A alternativa D é incorreta, pois uma enfermeira dará as injeções, e não um médico.

##### **Item b)**

Com base nos dados do enunciado, vamos analisar as alternativas apresentadas neste item.

### **Alternativas A e C.**

As alternativas A e C são incorretas, pois não foi dito que a vacinação é mais eficaz do que o exercício físico e uma dieta saudável ou que ela seja tão eficaz quanto o exercício físico.

### **Alternativa B.**

A alternativa B é correta, pois, segundo o texto, "a realização de exercícios físicos diários e a adoção de uma dieta que inclua frutas e vegetais em abundância são altamente recomendadas para ajudar o sistema imunológico a lutar contra esse vírus invasor".

### **Alternativa D.**

A alternativa D é incorreta, pois o fato de uma pessoa fazer exercícios e ter dieta saudável não exclui a necessidade de vacinação.

### **Item c)**

De acordo com a folha de informações, "indivíduos hipersensíveis ao ovo, pessoas que sofrem de doença febril aguda e mulheres grávidas" não devem ser vacinados. Logo, seria incorreto dizer que "qualquer pessoa interessada em ser protegida contra o vírus" pode ser imunizada. No entanto, parece ser um exagero classificar a mensagem como "enganadora".

### **Item d)**

Na folha de informações, é dito que "se você gostaria de ser imunizado para este inverno, mas não puder ir no horário proposto, informe Fiona". O funcionário que se enquadra nessa situação é Michael, "que trabalha no setor de relatórios e gostaria de ser imunizado, mas estará de licença na semana de 17 de maio".

Logo, a alternativa correta é a D.

### **Comentários sobre a resolução da questão 7.4.**

Para resolver à questão 7.4, o estudante deve:

- ✓ ler e interpretar um texto sobre um programa de imunização contra a gripe proposto pela empresa ACOL;
- ✓ realizar análises de alternativas para selecionar as que estão coerentes com as informações do enunciado;
- ✓ analisar o discurso empregado na folha de informações destinada aos funcionários da empresa ACOL a fim de avaliar se ele contém uma mensagem enganosa.

### QUESTÃO 7.5.

#### Tema. Uso de telefones celulares e possíveis danos à saúde.

**Questão 7.5 (Pisa).** Considere os textos a seguir.

	Telefones celulares são perigosos?		
	Sim	Não	
<p><i>Ponto-chave</i> Relatórios conflitantes sobre os riscos para a saúde dos telefones celulares apareceram no final da década de 1990.</p> <p><i>Ponto-chave</i> Milhões de dólares já foram investidos em pesquisas científicas para investigar os efeitos dos telefones celulares.</p>	1.	Ondas de rádio emitidas por telefones celulares podem aquecer o tecido corporal e gerar efeitos prejudiciais à saúde.	Essas ondas de rádio não são suficientemente poderosas para causar danos ao corpo.
	2.	Campos magnéticos criados por telefones celulares podem afetar a forma como as células do corpo funcionam.	Esses campos magnéticos são muito fracos e não tendem a afetar as células do nosso corpo.
	3.	Pessoas que fazem longas chamadas de telefone às vezes queixam-se de fadiga, dores de cabeça e perda de concentração.	Esses efeitos nunca foram observados em condições de laboratório e podem ser devidos a outros fatores do estilo de vida moderno.
	4.	Usuários de celular são 2,5 vezes mais propensos a desenvolver câncer em áreas do cérebro adjacentes às orelhas.	Pesquisadores admitem que não está claro se esse aumento está relacionado ao uso de celulares.
	5.	A Agência Internacional de Pesquisa sobre o Câncer encontrou ligação entre câncer infanto-juvenil e linhas de energia. Como telefones celulares, linhas de energia também emitem radiação.	A radiação produzida por linhas de energia é um tipo diferente de radiação, com muito mais energia do que a que vem de telefones celulares.
	6.	Ondas de frequência de rádio semelhantes às de telefones celulares alteraram a expressão gênica em um programa de nematóides.	Programas não são seres humanos, então não há garantia de que nossas células cerebrais reagirão da mesma maneira.

	Se você usar um telefone celular...		
	Faça	Não faça	
<p><i>Ponto-chave</i> Dado o imenso número de usuários de celulares, pequenos efeitos adversos sobre a saúde podem ter grandes implicações para a saúde pública.</p> <p><i>Ponto-chave</i> Em 2000, o relatório britânico Stewart não encontrou problemas de saúde causados por telefones celulares, mas recomendou cautela, especialmente entre os jovens, até que mais pesquisas sejam realizadas. Um novo relatório, em 2004, apoiou essa conclusão.</p>	1.	Faça chamadas curtas.	Não use o celular quando a recepção estiver fraca, pois, nesse caso, o telefone precisa de mais energia para se comunicar com a estação de base e, portanto, as emissões de ondas de rádio são maiores.
	2.	Leve o celular longe do seu corpo quando estiver no modo de espera.	Não compre um telefone celular com um valor "SAR" elevado. Isso significa que ele emite mais radiação. "SAR" (taxa de absorção específica) é uma medida de quanto a radiação eletromagnética é absorvida pelo tecido corporal enquanto uma pessoa usa um telefone celular.
	3.	Compre um telefone celular com longo "tempo de conversação". Ele é mais eficiente e tem emissões menos potentes.	Não compre aparelhos de proteção a menos que tenham sido testados.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Qual é o objetivo dos pontos-chave apresentados nos textos?

- A. Descrever os perigos do uso de celulares.
- B. Sugerir que o debate sobre a segurança do telefone celular ainda está em andamento.
- C. Descrever as precauções que as pessoas que usam telefones celulares devem tomar.
- D. Inferir que não há problemas de saúde conhecidos causados por telefones celulares.

**b)** "É difícil provar que uma coisa definitivamente causou outra".

Qual é a relação dessa informação com as declarações de ponto 4 da tabela - os telefones celulares são perigosos?

- A. O texto apresenta não apresenta o argumento "Sim".
- B. O texto prova o argumento "Sim".
- C. O texto apresenta o argumento "Sim", mas não o prova.
- D. O texto mostra que o argumento "Não" está errado.

**c)** Observe o ponto 3 na coluna "Não" da tabela. Nesse contexto, o que poderia ser um desses "outros fatores"? Justifique sua resposta.

**d)** Observe a tabela com o título "Se você usa um telefone celular ..."

Em qual dessas ideias a tabela é baseada?

- A. Não há nenhum perigo envolvido no uso de celulares.
- B. Existe risco comprovado envolvido no uso de telefones celulares.
- C. O uso de celulares pode ou não ser perigoso, mas vale a pena tomar precauções.
- D. O uso de celulares pode ou não ser perigoso, mas eles não devem ser utilizados até que possamos saber isso com certeza.
- E. As instruções "Faça" são dirigidas para aqueles que levam a ameaça a sério, e as instruções "Não" são dirigidas para todos os outros.

### **Resolução da questão 7.5.**

#### **Item a)**

Segundo os textos fornecidos, há "relatórios conflitantes sobre os riscos para a saúde dos telefones celulares aparecerem no final da década de 1990" e "o relatório britânico Stewart não encontrou problemas de saúde conhecidos causados por telefones celulares, mas recomendou cautela, especialmente entre os jovens, até que mais pesquisas tenham sido realizadas". Isso sugere que o "debate sobre a segurança do telefone celular ainda esteja em andamento",

conforme estabelecido na alternativa B. Além disso, não há respostas precisas ao questionamento sobre telefones celulares serem ou não serem perigosos.

**Item b)**

No ponto 4 da primeira tabela, é dito que "usuários de celular são 2,5 vezes mais propensos a desenvolver câncer em áreas do cérebro adjacentes às orelhas", mas não são apresentadas provas que justifiquem essa afirmação. Logo, o texto apresenta o argumento "Sim", mas não o prova, conforme estabelecido na alternativa C.

**Item c)**

No ponto 3 da tabela, é dito que "pessoas que fazem longas chamadas de telefone às vezes queixam-se de fadiga, dores de cabeça e perda de concentração". No mesmo ponto, essa afirmação é refutada por "esses efeitos nunca foram observados em condições de laboratório e podem ser devidos a outros fatores do estilo de vida moderno".

**Item d)**

Na tabela intitulada "Se você usa um telefone celular ...", há recomendações para que o uso dos telefones celulares seja feito com cautela, mesmo que seus efeitos danosos à saúde ainda não tenham sido comprovados, conforme estabelecido na alternativa C.

**Comentários sobre a resolução da questão 7.5.**

Para resolver à questão 7.5, o estudante deve:

- ✓ ler criticamente informações sobre os possíveis danos que o uso de telefones celulares podem gerar à saúde;
- ✓ verificar se são apresentadas ou não provas sobre declarações a respeito dos malefícios da utilização de telefones celulares;
- ✓ compreender a recomendação de emprego de cautela no uso de telefones celulares, mesmo antes que seus possíveis efeitos deletérios à saúde tenham sido comprovados.

**QUESTÃO 7.6.**

**Tema. Vantagens e desvantagens do teletrabalho.**

**Questão 7.6 (Pisa – com adaptações).** Leia os textos a seguir.

### **O caminho do futuro**

*Imagine o quão maravilhoso seria ter um "telecomando"\* para trabalhar por meio eletrônico, com todo o trabalho sendo feito em um computador ou por telefone! Você não teria mais de pegar ônibus ou trens lotados ou perder horas e horas viajando na ida ao trabalho e na volta para casa. Você poderia trabalhar onde quisesse - apenas pense em todas as oportunidades de trabalho que isso abriria!*

*Molly*

### **O que realmente queremos**

*Reduzir as horas de deslocamento e diminuir o consumo de energia envolvido nisso é, obviamente, uma boa ideia. Mas, esse objetivo deve ser alcançado pela melhoria do transporte público ou pela garantia de que os locais de trabalho estejam localizados perto do local onde as pessoas vivem. A ambiciosa ideia de que o teletrabalho deve ser parte do modo de vida de todos só levará as pessoas a se tornarem cada vez mais absorvidas pela atividade laboral. Queremos realmente que nossa sensação de fazer parte de uma comunidade se deteriore ainda mais?*

*Richard*

*\*"Telecomando" é um termo cunhado por Jack Nilles no início da década de 1970 para descrever uma situação em que os trabalhadores trabalham em um computador longe de um escritório central (por exemplo, em casa) e transmitem dados e documentos para esse escritório remotamente.*

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Qual é a relação entre "O caminho do futuro" e "O que realmente queremos"?

- A. Usam argumentos diferentes para chegarem à mesma conclusão geral.
- B. Estão escritos no mesmo estilo, mas desenvolvem temas completamente diferentes.
- C. Expressam o mesmo ponto de vista geral, mas chegam a conclusões diferentes.
- D. Expressam pontos de vista opostos sobre o mesmo tópico.

**b)** Qual é um tipo de trabalho que seria difícil de realizar por telecomando? Justifique sua resposta.

**c)** Qual afirmação concordaria tanto com Molly quanto com Richard?

- A. Uma pessoa deve ter permissão para trabalhar por quantas horas quiser.
- B. Não é uma boa ideia para as pessoas passarem tempo excessivo trabalhando.
- C. O teletrabalho não funcionaria para todos.
- D. A formação de relações sociais é a parte mais importante do trabalho.

### **Resolução da questão 7.6.**

#### **Item a)**

O texto "O caminho do futuro" defende de modo irrestrito o teletrabalho, enquanto o texto "O

que realmente queremos" sugere que o teletrabalho deteriora ainda mais nossa sensação de fazermos parte de uma comunidade. Logo, esses textos expressam pontos de vista opostos sobre o mesmo tópico, conforme estabelecido na alternativa D.

### Item b)

Alguns tipos de trabalho são difíceis ou mesmo impossíveis de serem realizados por telecomando. Por exemplo, uma enfermeira não pode fazer administrações de medicamentos por via venal à distância. Outro exemplo é um mestre de obras da construção civil: ele não pode concretar tijolos para a edificação de uma casa pela internet. Jogadores de vôlei e atletas em geral também não conseguem exercer suas funções na modalidade de teletrabalho.

### Item c)

Tanto Molly quanto Richard não defendem que as pessoas gastem tempo excessivo trabalhando, conforme estabelecido na alternativa B.

### Comentários sobre a resolução da questão 7.6.

Para resolver a questão 7.6, o estudante deve:

- ✓ ler e interpretar dois textos sobre o teletrabalho;
- ✓ compreender diferentes pontos de vista sobre o trabalho a distância.

### QUESTÃO 7.7.

#### Tema. Semmelweis e morte de mulheres ao dar à luz por febre puerperal.

**Questão 7.7 (Pisa).** Leia os textos a seguir.

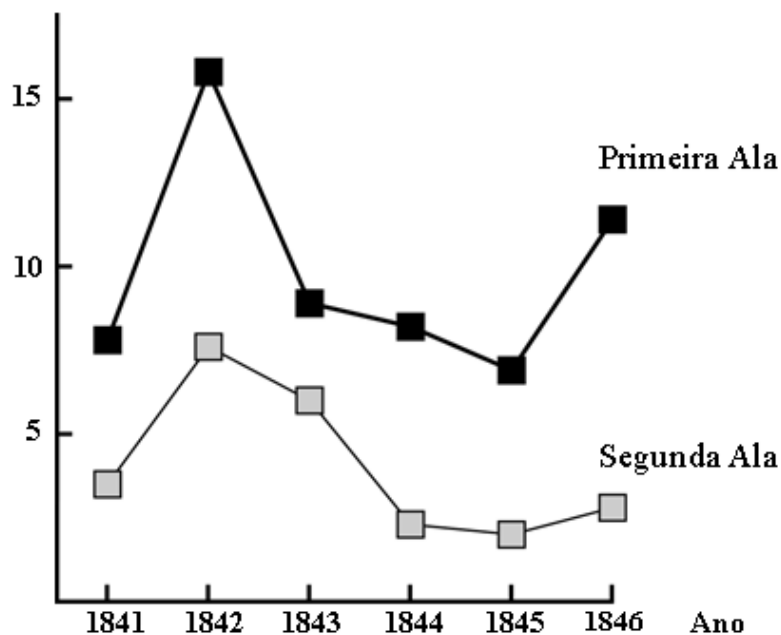
#### Texto 1 – Diário de Semmelweis

**Julho de 1846.** Na próxima semana, assumirei o cargo de "Herr Doktor" (Senhor Doutor) na Primeira Divisão da maternidade do Hospital Geral de Viena. Fiquei assustado quando ouvi sobre a porcentagem de pacientes que morrem nessa clínica. Este mês, no mínimo, 36 das 208 mães morreram lá, todas de febre puerperal. Dar à luz a uma criança é tão perigoso quanto contrair uma pneumonia de primeiro grau.

Essas linhas do diário de Ignaz Semmelweis (1818-1865) ilustram os efeitos devastadores da febre puerperal, uma doença contagiosa que matou muitas mulheres após o parto. Semmelweis coletou dados sobre o número de mortes por 100 partos de febre puerperal, tanto na Primeira Ala quanto na Segunda Ala da maternidade e, com essas informações, foram feitos os gráficos da figura a seguir.



### Número de mortes por 100 partos de febre puerperal



Os médicos, entre os quais Semmelweis, estavam completamente “no escuro” sobre a causa da febre puerperal.

Continuemos com o diário de Semmelweis.

**Dezembro de 1846.** *Por que muitas mulheres morrem dessa febre depois de darem à luz sem problemas? Durante séculos, a ciência nos disse que é uma epidemia invisível que mata mães. Suas causas podem ser mudanças no ar ou alguma influência extraterrestre ou um movimento da própria terra, um terremoto.*

Atualmente, as pessoas não consideram a influência de extraterrestres ou de terremotos como possíveis causas de febre. Agora, sabemos que essa doença está relacionada à falta de condições higiênicas. Mas, no tempo em que Semmelweis vivia, muitas pessoas, mesmo cientistas, acreditavam na influência de extraterrestres ou de terremotos como possíveis causas da febre! Semmelweis sabia que era improvável que a febre pudesse ser causada por influência de extraterrestres ou de terremotos. Ele usou os dados coletados, apresentados nos gráficos, para tentar persuadir seus colegas.

### Texto 2 – Diário de Semmelweis

*Parte da pesquisa feita no hospital foi feita por dissecação. O corpo de uma pessoa falecida foi aberto para se encontrar a causa da sua morte. Semmelweis registrou que os alunos de medicina que trabalhavam na Primeira Ala geralmente participaram de dissecações de mulheres que haviam morrido no dia anterior antes de examinarem mulheres que acabavam de dar à luz. Eles não prestavam muita atenção à limpeza após as dissecações. Alguns ficavam orgulhosos com o fato de dizerem que, pelo cheiro, eles estavam trabalhando no necrotério, e isso mostrava o quanto eles eram engenhosos!*

Um dos amigos de Semmelweis morreu depois de se cortar durante uma dissecação. A dissecação de seu corpo mostrou que ele tinha os mesmos sintomas das mães que haviam morrido de febre puerperal. Isso deu a Semmelweis uma nova ideia.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Suponha que você fosse Semmelweis. Dê uma razão, com base nos dados por ele coletados, que explique por que é improvável que a febre puerperal fosse causada por terremotos.

**b)** A nova ideia de Semmelweis tinha relação com a alta taxa de mulheres que haviam morrido nas maternidades e o comportamento dos estudantes de medicina. Qual seria essa ideia?

- A. Se os alunos limparem-se após as dissecações, isso deve levar a uma diminuição da febre puerperal.
- B. Os alunos não devem participar das dissecações porque podem se cortar.
- C. Estudantes cheiram mal porque não se limpam após uma dissecação.
- D. Os alunos querem mostrar que são engenhosos, o que os deixa descuidados quando examinam as mulheres.

**c)** Semmelweis conseguiu êxito em suas tentativas de reduzir o número de óbitos por febre puerperal. No entanto, a febre puerperal continua, ainda hoje, sendo uma doença difícil de eliminar.

As febres que são difíceis de curar e representam um problema nos hospitais. Muitas medidas de rotina são adotadas para controlar essa situação. Entre essas medidas, está a lavagem dos lençóis em altas temperaturas.

Explique por que a temperatura elevada na lavagem de lençóis ajuda a reduzir o risco de que os pacientes contraíam febre.

**d)** Muitas doenças podem ser curadas com o uso de antibióticos. No entanto, o sucesso de alguns antibióticos contra a febre puerperal diminuiu nos últimos anos.

Qual é a razão para que isso tenha acontecido?

- A. Uma vez produzidos, os antibióticos gradualmente perdem sua atividade.
- B. As bactérias tornam-se resistentes aos antibióticos.
- C. Os antibióticos apenas atuam contra a febre puerperal, mas não atuam contra outras doenças.
- D. A necessidade de antibióticos foi reduzida porque as condições de saúde pública melhoraram consideravelmente nos últimos anos.

## Resolução da questão 7.7.

### Item a)

No caso de ocorrência de terremoto, tanto a Primeira Ala quanto a Segunda Ala do hospital seriam afetadas do mesmo modo. Com as duas alas igualmente atingidas pelo terremoto, se ele fosse a causa das mortes das mulheres, a taxa de mortalidade deveria ser a mesma na Primeira Ala e na Segunda Ala. Mas não foi isso que ocorreu: pelo gráfico, vemos que a taxa de mortes na Primeira Ala é sempre maior do que a taxa de mortes na Segunda Ala. Logo, um possível terremoto não seria a causa dessas mortes.

### Item b)

Semmelweis aventou uma hipótese para explicar a alta taxa de morte de mulheres na maternidade, relacionada ao comportamento dos estudantes de medicina. Segundo o texto 2, *Semmelweis registrou que os alunos de medicina que trabalhavam na Primeira Ala geralmente participaram de dissecações de mulheres que haviam morrido no dia anterior antes de examinarem mulheres que acabavam de dar à luz. Eles não prestavam muita atenção à limpeza após as dissecações.* Com base nessa observação, a nova ideia de Semmelweis foi a seguinte: se os alunos limparem-se após as dissecações, isso deve levar a uma diminuição da febre puerperal, conforme estabelecido na alternativa A.

### Item c)

A lavagem dos lençóis em altas temperaturas auxilia a reduzir o risco de que os pacientes contraíam febre, pois trata-se de uma medida destinada à remoção e/ou morte de bactérias, germes ou vírus.

### Item d)

O sucesso e a eficácia de alguns antibióticos contra a febre puerperal diminuíram nos últimos anos, pois os microrganismos causadores de doenças tornaram-se resistentes aos antibióticos, conforme estabelecido na alternativa B.

## Comentários sobre a resolução da questão 7.7.

Para resolver à questão 7.7, o estudante deve:

- ✓ ler e interpretar textos;
- ✓ comparar dados de gráficos para rejeitar uma hipótese de causa de mortalidade de mulheres em maternidade;
- ✓ avaliar os efeitos negativos do uso indiscriminado de antibióticos.

## QUESTÃO 7.8.

### Tema. Esgotamento da camada de ozônio.

**Questão 7.8 (Pisa – com adaptações).** Leia o texto a seguir, extraído de um artigo que versa sobre a camada de ozônio.

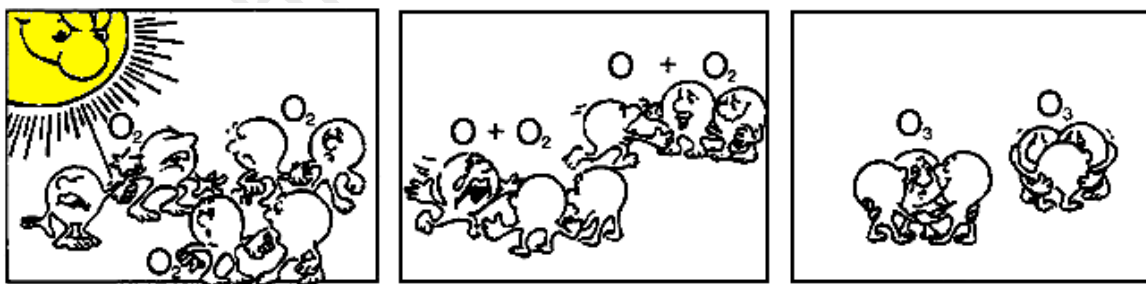
*A atmosfera é um oceano de ar e um recurso natural precioso para sustentar a vida na Terra. Infelizmente, as atividades humanas baseadas em interesses nacionais e pessoais estão causando danos a esse recurso, em especial pelo esgotamento da camada de ozônio, que atua como um escudo protetor para a vida na Terra.*

*As moléculas de ozônio são formadas por três átomos de oxigênio, em oposição às moléculas de oxigênio, formadas por dois átomos de oxigênio. As moléculas de ozônio são extremamente raras: menos de dez em cada milhão de moléculas de ar. No entanto, durante quase um bilhão de anos, sua presença na atmosfera desempenhou papel vital na salvaguarda da vida na Terra. Dependendo de onde está localizado, o ozônio pode proteger ou prejudicar a vida na Terra. O ozônio na troposfera (até 10 quilômetros acima da superfície da Terra) é um "mau" ozônio, pois pode danificar tecidos pulmonares. Mas, cerca de 90% do ozônio encontrado na estratosfera (entre 10 e 40 quilômetros acima da superfície da Terra) é um "bom" ozônio, pois desempenha papel benéfico ao absorver a radiação ultravioleta perigosa (UV-B) do Sol.*

*Sem essa camada benéfica de ozônio, os seres humanos seriam mais suscetíveis a certas doenças devido ao aumento da incidência de raios ultravioletas do Sol. Nas últimas décadas, a quantidade de ozônio diminuiu. Em 1974, surgiu a hipótese de que os clorofluorocarbonos (CFC) pudessem ser uma causa para isso. Até 1987, a avaliação científica do relacionamento causa e efeito não era suficientemente convincente para implicar os CFCs nesse problema. No entanto, em setembro de 1987, diplomatas de todo o mundo se encontraram em Montreal (Canadá) e concordaram em estabelecer limites para o uso de CFCs".*

**Fonte.** Connect, UNESCO International Science, Technology & Environmental Education Newsletter, section from an article entitled "The Chemistry of Atmospheric policy", Vol., XXII No. 2, 19978 (spelling adapted).

No texto, nada é mencionado sobre a forma como o ozônio é formado na atmosfera. De fato, cada dia é formado ozônio e, também, desaparece ozônio. O modo como o ozônio é formado está ilustrado na tira cômica a seguir.



Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Suponha que você tenha um tio que esteja tentando entender o significado dessa tira. No entanto, ele não teve nenhuma educação científica na escola e não entende o que o autor da tira está explicando. Ele sabe que não há pequenos companheiros na atmosfera, mas ele se pergunta o que esses pequenos companheiros da tira representam, o que significam essas notas estranhas ( $O_2$  e  $O_3$ ) e quais processos a tira mostra.

Seu tio pede que você explique a tira. Assuma que ele saiba:

- que O é o símbolo do oxigênio;
- o que são átomos e moléculas.

Escreva uma explicação da tira de quadrinhos para o seu tio. Na sua explicação, use as palavras átomos e moléculas na forma como são usadas no texto.

**b)** O ozônio também é formado durante trovoadas. Isso provoca o cheiro típico da pós tempestade. No texto, o autor distingue "ozônio ruim" e "ozônio bom".

Em termos do artigo, o ozônio que se forma durante as trovoadas é o "ozônio ruim" ou o "ozônio bom"?

Escolha a resposta e a explicação que são justificadas pelo texto.

	"Ozônio ruim" ou "ozônio bom"?	Explicação
<b>A</b>	Ruim	Ele é formado durante um tempestade.
<b>B</b>	Ruim	Ele é formado na troposfera.
<b>C</b>	Bom	Ele é formado na estratosfera.
<b>D</b>	Bom	Ele tem mau cheiro.

**c)** No texto, afirma-se: "sem essa camada benéfica de ozônio, os seres humanos seriam mais suscetíveis a certas doenças devido ao aumento da incidência de raios ultravioletas do Sol".

Nomeie, de modo específico, uma dessas doenças específicas.

**d)** No final do texto, é mencionada uma reunião internacional em Montreal. Nessa reunião, foram discutidas muitas questões relacionadas ao possível esgotamento da camada de ozônio. Duas dessas questões são apresentadas na tabela a seguir.

As questões listadas podem ser respondidas pela pesquisa científica?

Indique "Sim" ou "Não" para cada uma das questões.

Questão	Respondida por pesquisa científica?
As incertezas científicas sobre a influência dos CFC na camada de ozônio são uma razão para os governos não tomarem medidas?	"Sim"/"Não"
Qual seria a concentração de CFC na atmosfera no futuro se a liberação de CFC para a atmosfera mantivesse a taxa de ocorrência?	"Sim"/"Não"

### Resolução da questão 7.8.

#### Item a)

A sequência de explicações da tira para o seu tio pode ser a exposta abaixo.

- Uma molécula de oxigênio ( $O_2$ ) é dividida em dois átomos de oxigênio (O) pela ação da luz solar, conforme mostrado na primeira imagem da tira.
- Um átomo de oxigênio (O) "livre" combina-se com uma molécula de oxigênio ( $O_2$ ) para

formar uma molécula de ozônio (O<sub>3</sub>), conforme mostrado na segunda e na terceira imagens da tira.

**Item b)**

O ozônio formado durante trovoadas, que provoca o cheiro típico de pós tempestade, é um "ozônio ruim", gerado na troposfera, conforme estabelecido na situação B do quadro a seguir.

	"Ozônio ruim" ou "ozônio bom"?	Explicação
<b>A</b>	Ruim	Ele é formado durante uma tempestade.
<b>B</b>	<b><u>Ruim</u></b>	<b><u>Ele é formado na troposfera.</u></b>
<b>C</b>	Bom	Ele é formado na estratosfera.
<b>D</b>	Bom	Ele tem mau cheiro.

**Item c)**

Sem a camada de ozônio, os seres humanos ficariam mais suscetíveis a desenvolver câncer de pele em função do aumento da incidência de raios ultravioletas do Sol.

**Item d)**

No quadro a seguir, estão indicadas as respostas solicitadas por este item.

Questão	Respondida por pesquisa científica?
As incertezas científicas sobre a influência dos CFC na camada de ozônio são uma razão para os governos não tomarem medidas?	"Sim"/" <b><u>Não</u></b> "
Qual seria a concentração de CFC na atmosfera no futuro se a liberação de CFC para a atmosfera mantivesse a taxa de ocorrência?	" <b><u>Sim</u></b> "/"Não"

**Comentários sobre a resolução da questão 7.8.**

Para resolver a questão 7.8, o estudante deve:

- ✓ ler e interpretar um texto de divulgação científica;
- ✓ avaliar as possíveis consequências da deterioração da camada de ozônio;
- ✓ compreender e explicar o mecanismo de formação do ozônio, que envolve a "quebra" de moléculas de oxigênio pela ação da radiação solar.

**QUESTÃO 7.9.**

**Tema. Culturas de milho geneticamente modificado (GM).**

**Questão 7.9 (Pisa).** Leia o artigo e responda às perguntas a seguir.

### **Milho GM deve ser proibido**

*Grupos de conservação da vida selvagem exigem que um novo milho geneticamente modificado (GM) seja banido.*

*O milho GM é projetado para não ser afetado por um novo herbicida poderoso que mata plantas de milho convencionais. O novo herbicida vai matar a maioria das ervas daninhas que crescem nos campos de milho.*

*Os conservacionistas dizem que, porque essas ervas daninhas são alimentadas por pequenos animais, especialmente insetos, o uso do novo herbicida com o milho transgênico será ruim para o meio ambiente. Os defensores do milho transgênico dizem que um estudo científico mostrou que isso não acontecerá.*

Seguem alguns detalhes do estudo científico mencionado no artigo.

- O milho foi plantado em 200 campos em todo o país.
- Cada campo foi dividido em duas partes. O milho geneticamente modificado (GM) tratado com o novo herbicida poderoso foi cultivado em uma metade do campo e o milho convencional tratado com um herbicida convencional foi cultivado na outra metade do campo.
- O número de insetos encontrados no milho transgênico, tratado com o novo herbicida, era aproximadamente o mesmo número de insetos no milho convencional, tratado com o herbicida convencional.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Quais fatores foram deliberadamente variados no estudo científico mencionado no artigo? Marque "Sim" ou "Não" para cada um dos fatores do quadro a seguir.

<b>O fator foi deliberadamente variado no estudo científico mencionado no artigo?</b>	<b>"Sim" ou "Não"?</b>
Número de insetos no ambiente.	"Sim"/"Não"
Tipo de herbicida utilizado.	"Sim"/"Não"

**b)** O milho foi plantado em 200 campos em todo o país. Por que os cientistas utilizaram mais de um local para plantá-lo?

- Para que muitos agricultores pudessem plantar o novo milho transgênico.
- Para ver quanto de milho transgênico poderia crescer.
- Para cobrir o máximo possível de terra com a cultura transgênica.
- Para incluir na pesquisa várias condições de crescimento para o milho.

### **Resolução da questão 7.9.**

#### **Item a)**

O tipo de herbicida utilizado é uma variável controlada no estudo científico mencionado no artigo. Já o número de insetos no ambiente não é uma variável que possa ser controlada no experimento, ou seja, não é um fator deliberadamente variado.

Logo, as respostas solicitadas estão no quadro a seguir.

O fator foi deliberadamente variado no estudo científico mencionado no artigo?	"Sim" ou "Não"?
Número de insetos no ambiente.	"Sim"/"Não"
Tipo de herbicida utilizado.	"Sim"/"Não"

### Item b)

O milho foi plantado em 200 campos em todo o país a fim de que pudessem ser estudadas várias diferentes condições de crescimento, conforme estabelecido na alternativa D.

### Comentários sobre a resolução da questão 7.9.

Para resolver à questão 7.9, o estudante deve:

- ✓ ler e interpretar um texto sobre o milho geneticamente modificado (GM);
- ✓ avaliar variáveis controladas e não controladas em um estudo científico sobre o milho geneticamente modificado (GM);
- ✓ identificar o objetivo de ser plantado milho em 200 campos em diferentes partes do país.

### QUESTÃO 7.10.

#### Tema. Parque nacional do Grand Canyon, nos EUA.

**Questão 7.10 (Pisa).** O Grand Canyon está localizado em um deserto nos EUA. É um vale muito grande e profundo que contém diversas camadas de rocha. Em algum momento do passado, os movimentos na crosta da Terra levantaram essas camadas para cima. O Grand Canyon tem agora 1,6km de profundidade em certas partes. O rio Colorado atravessa o fundo do cânion. Veja, a seguir, uma imagem do Grand Canyon tirada de sua borda sul. Várias diferentes camadas de rocha podem ser observadas nas paredes do cânion.





Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** Cerca de cinco milhões de pessoas visitam o parque nacional do Grand Canyon todos os anos. Há preocupações com os possíveis danos causados ao parque em função desse elevado número de visitantes.

Em relação a isso, as seguintes questões podem ser respondidas por investigação científica? Sublinhe "Sim" ou "Não" para cada pergunta.

<b>A questão pode ser respondida por investigação científica?</b>	<b>"Sim" ou "Não"?</b>
Quanta erosão é causada pela caminhada dos visitantes?	"Sim"/"Não"
O parque é tão bonito quanto era 100 anos atrás?	"Sim"/"Não"

**b)** A temperatura no Grand Canyon varia desde valores abaixo de 0°C até valores superiores a 40°C. Embora trate-se de uma área do deserto, as rachaduras nas rochas às vezes contêm água. Como essas mudanças de temperatura e a presença de água em rachaduras de rocha ajudam a acelerar a quebra de rochas?

- A. A água gelada dissolve rochas quentes.
- B. A água gelada une-se à rocha e ambas balançam juntas.
- C. A água gelada suaviza a superfície das rochas.
- D. A água gelada expande-se nas rachaduras da rocha.

**c)** Existem muitos fósseis de animais marinhos, como amêijoas, peixes e corais, na camada calcária A do Grand Canyon. O que aconteceu há milhões de anos que explica por que esses fósseis são encontrados lá?

- A. Nos tempos antigos, as pessoas trouxeram frutos do mar para a área do oceano.
- B. Os oceanos eram muito mais ásperos e a vida marinha desenvolvia-se no interior das ondas gigantes.
- C. Um oceano cobriu essa área naquele momento e recuou mais tarde.
- D. Alguns animais marinhos já viveram em terra antes de migrarem para o mar.

### **Resolução da questão 7.10.**

#### **Item a)**

Estimar quanto da erosão do Grand Canyon seja causada pela caminhada dos visitantes é algo que pode ser respondido por investigação científica. Já avaliar o quão bonito o parque era há 100 anos é uma questão subjetiva, que não pode ser respondida por investigação científica.

Logo, as respostas solicitadas estão no quadro a seguir.

<b>A questão pode ser respondida por investigação científica?</b>	<b>"Sim" ou "Não"?</b>
Quanta erosão é causada pela caminhada dos visitantes?	<u>"Sim"</u> /Não
O parque é tão bonito quanto era 100 anos atrás?	Sim/ <u>"Não"</u>

### Item b)

A temperatura no Grand Canyon varia de valores abaixo de 0°C até valores superiores a 40°C e, às vezes, as rachaduras nas rochas do local contêm água. Como a água é gelada, ao aquecer-se, expande-se nas rachaduras da rocha, isso pode acelerar a quebra de rochas, conforme estabelecido na alternativa D.

### Item c)

O fato de haver muitos fósseis de animais marinhos na camada calcária A do Grand Canyon pode ser justificado pela hipótese de um oceano ter coberto essa área no passado e ter recuado mais tarde, conforme estabelecido na alternativa C.

### Comentários sobre a resolução da questão 7.10.

Para resolver a questão 7.10, o estudante deve:

- ✓ avaliar questões que podem e que não podem ser respondidas por investigação científica;
- ✓ aplicar conhecimentos sobre expansão térmica para explicar a quebra de rochas no Grand Canyon;
- ✓ identificar uma hipótese para justificar o fato de haver muitos fósseis de animais marinhos na camada calcária A do Grand Canyon.

### QUESTÃO 7.11

#### Tema. Ação da chuva ácida sobre o mármore.

**Questão 7.11 (Pisa).** A seguir, temos uma foto de estátuas chamadas Cariátides, construídas na Acrópole, em Atenas, há mais de 2.500 anos. Essas estátuas são feitas de um tipo de pedra chamada mármore, material composto de carbonato de cálcio.

Em 1980, as estátuas originais foram transferidas para dentro do museu da Acrópole e foram substituídas por réplicas. As estátuas originais foram consumidas pela chuva ácida.



Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** A chuva normal é ligeiramente ácida porque absorve dióxido de carbono do ar. A chuva ácida é mais ácida do que a chuva normal porque absorve, também, gases como óxidos de enxofre e de nitrogênio.

De onde vêm esses óxidos de enxofre e de nitrogênio presentes no ar?

**b)** Uma amostra de mármore tem massa de 2,0 gramas antes de ser imersa em vinagre durante toda a noite. A amostra é removida da imersão e seca no dia seguinte. Qual é a massa da amostra de mármore seco?

- A. Menos de 2,0 gramas
- B. Exatamente 2,0 gramas
- C. Entre 2,0 e 2,4 gramas
- D. Mais de 2,4 gramas

**c)** Estudantes que fizeram esse tipo de experimento também colocaram amostras de mármore em água pura (destilada) durante toda a noite. Explique por que os alunos incluíram esse passo em sua experiência.

### **Resolução da questão 7.11.**

#### **Item a)**

Emissões de chaminés de fábricas e produtos da exaustão de carros e da queima de combustíveis fósseis são exemplos de situações que geram gases poluentes na atmosfera, como o dióxido de

enxofre e o óxido de nitrogênio. A combinação desses óxidos com o vapor de água presente na atmosfera é responsável pela formação da chuva ácida, que destrói estátuas de mármore.

### Item b)

Uma amostra de mármore tem massa de 2,0 gramas antes de ser imersa em vinagre durante toda a noite. A amostra é removida da imersão e seca no dia seguinte. Como o vinagre é composto por ácido acético, parte do mármore da amostra reage com esse ácido e forma-se um sal solúvel em água. Logo, há "perda" de mármore e sua massa final é inferior à sua massa inicial. Ou seja, a massa final de mármore é menos de 2,0 gramas, conforme estabelecido na alternativa A.

### Item c)

Estudantes que fizeram esse tipo de experimento também colocaram amostras de mármore em água pura (destilada) durante toda a noite. Os alunos adotaram esse procedimento para mostrar que o mármore não reage com a água pura: é necessária a presença de um ácido (no caso, o ácido acético constituinte do vinagre) para que a reação química em estudo aconteça.

### Comentários sobre a resolução da questão 7.11.

Para resolver a questão 7.11, o estudante deve:

- ✓ entender os efeitos da chuva ácida sobre o mármore;
- ✓ identificar agentes responsáveis pela formação da chuva ácida;
- ✓ justificar procedimentos adotados em um experimento sobre a transformação do mármore em um sal solúvel em água.

## QUESTÃO 7.12

### Tema. Benefícios do exercício físico regular e moderado.

**Questão 7.12 (Pisa).** O exercício físico regular, mas moderado, é bom para a nossa saúde.



Com base no exposto, responda aos itens a seguir.

a) Quais são as vantagens do exercício físico regular? Marque "Sim" ou "Não" para cada declaração do quadro abaixo.

<b>É uma vantagem da realização de exercício físico regular?</b>	<b>"Sim" ou "Não"?</b>
O exercício físico ajuda a prevenir doenças coronarianas e circulatórias.	"Sim"/"Não"
O exercício físico leva a uma dieta saudável.	"Sim"/"Não"
O exercício físico ajuda a evitar o excesso de peso.	"Sim"/"Não"

b) Por que você tem que respirar mais intensamente quando faz exercícios físicos do que quando está descansando?

### Resolução da questão 7.12.

#### Item a)

A realização de exercício físico pode auxiliar na prevenção de doenças coronarianas e circulatórias e na redução de peso, mas não é a causa de uma dieta saudável.

Logo, as respostas solicitadas estão no quadro a seguir.

<b>É uma vantagem da realização de exercício físico regular?</b>	<b>"Sim" ou "Não"?</b>
O exercício físico ajuda a prevenir doenças coronarianas e circulatórias.	<u>"Sim"</u> /"Não"
O exercício físico leva a uma dieta saudável.	"Sim"/ <u>"Não"</u>
O exercício físico ajuda a evitar o excesso de peso.	<u>"Sim"</u> /"Não"

#### Item b)

Você tem que respirar mais intensamente quando faz exercícios físicos do que quando está descansando a fim de evitar níveis elevados de dióxido de carbono e fornecer mais oxigênio ao corpo.

### Comentários sobre a resolução da questão 7.12.

Para resolver à questão 7.12, o estudante deve:

- ✓ analisar corretamente as consequências positivas da realização de exercícios físicos;
- ✓ justificar o fato de termos de respirar mais intensamente quando fazemos exercícios físicos do que quando estamos descansando.

### QUESTÃO 7.13

#### Tema. Nível de proteção de solar de um produto fotoprotetor.

**Questão 7.13 (Pisa).** Mimi e Dean questionavam qual protetor solar fornece a melhor proteção para suas peles. Um produto de proteção solar apresenta determinado Fator de Proteção Solar (SPF), que mostra quão bem ele absorve o componente de radiação ultravioleta da luz solar. Um protetor solar com SPF elevado protege a pele por mais tempo do que um protetor solar com SPF baixo.

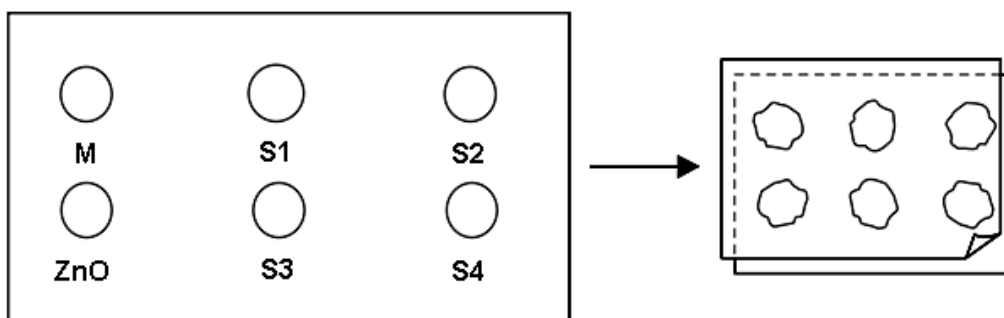
Mimi pensou em uma maneira de comparar alguns protetores solares diferentes. Para isso, ela e Dean reuniram os materiais descritos abaixo.

- Duas folhas de plástico transparente que não absorvem a luz solar.
- Uma folha de papel sensível à luz.
- Óleo mineral (M) e creme contendo óxido de zinco (ZnO).
- Quatro protetores solares diferentes que chamaram de S1, S2, S3 e S4.

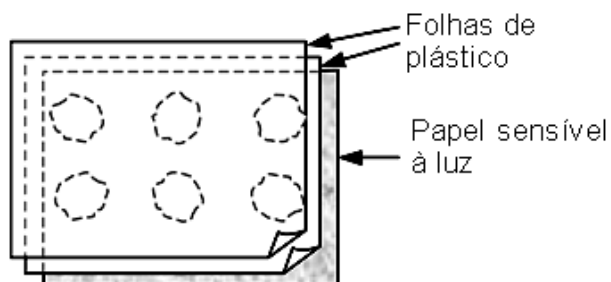
Mimi e Dean incluíram o óleo mineral porque ele deixa a maior parte da luz solar “passar” e o óxido de zinco porque ele quase bloqueia completamente a luz solar.

Dean colocou uma gota de cada substância dentro de círculos marcados em uma folha de plástico e, em seguida, colocou uma segunda folha de plástico sobre a primeira. Ele apoiou um livro pesado em cima de ambas as folhas e ficou pressionando-o.

Esse procedimento está ilustrado a seguir.



Em seguida, Dean colocou as folhas de plástico sobre a folha de papel sensível à luz, conforme indicado abaixo.



O papel sensível à luz muda de cinza escuro para branco (ou cinza muito claro), dependendo de quanto tempo fica exposto à luz solar. Finalmente, Dean colocou as folhas em um lugar ensolarado.

Com base no exposto, responda aos itens a seguir.

**a)** Assinale a afirmativa em que é feita uma descrição científica da função do óleo mineral e da função do óxido de zinco na comparação da eficácia dos protetores solares.

- A. O óleo mineral e o óxido de zinco são os fatores a serem testados.
- B. O óleo mineral é um fator a ser testado e o óxido de zinco é uma substância de referência.
- C. O óleo mineral é uma substância de referência e o óxido de zinco é um fator a ser testado.
- D. O óleo mineral e o óxido de zinco são as substâncias de referência.

**b)** Qual dessas perguntas Mimi e Dean estavam tentando responder?

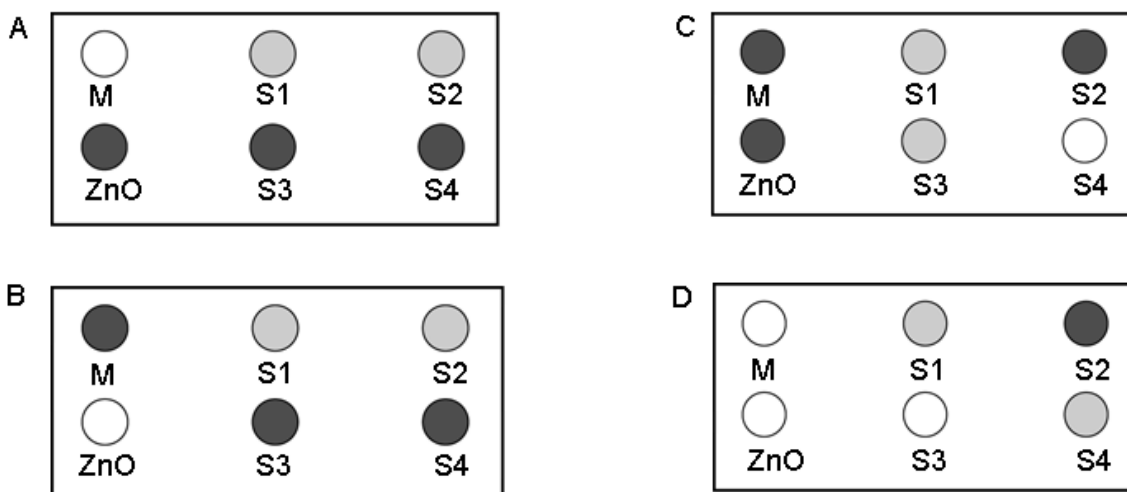
- A. Como a proteção de dado protetor solar se compara à proteção dos demais?
- B. Como os protetores solares protegem sua pele da radiação ultravioleta?
- C. Existe algum protetor solar que ofereça menos proteção do que o óleo mineral?
- D. Existe algum protetor solar que ofereça mais proteção do que o óxido de zinco?

**c)** Por que a segunda folha de plástico foi pressionada?

- A. Para que as gotas não secassem.
- B. Para espalhar as gotas o mais longe possível do ponto de aplicação.
- C. Para manter as gotas dentro dos círculos marcados.
- D. Para fazer as gotas de mesma espessura.

**d)** No papel sensível à luz, o cinza escuro transforma-se em cinza mais claro quando há pouca exposição à luz solar e em branco quando há muita exposição à luz solar.

Qual dos diagramas a seguir mostra um padrão que pode ocorrer? Explique por que você o escolheu.



### Resolução da questão 7.13.

#### Item a)

O óleo mineral e o óxido de zinco são as substâncias de referência, conforme estabelecido na alternativa D. Isso pode ser verificado pelo seguinte trecho do enunciado: "Mimi e Dean incluíram o óleo mineral porque ele deixa a maior parte da luz solar 'passar' e o óxido de zinco porque ele quase bloqueia completamente a luz solar".

#### Item b)

Mimi e Dean estavam tentando saber "como a proteção de dado protetor solar se compara à proteção dos demais", conforme estabelecido na alternativa A. Isso pode ser verificado pelo seguinte trecho do enunciado: "Mimi e Dean questionavam qual protetor solar fornece a melhor proteção para suas peles".

#### Item c)

A segunda folha de plástico foi pressionada para que fossem feitas gotas de mesma espessura, conforme estabelecido na alternativa D.

#### Item d)

No papel sensível à luz, o cinza escuro transforma-se em cinza mais claro quando há pouca exposição à luz solar e em branco quando há muita exposição à luz solar. No caso, a mancha ZnO deve ter permanecido cinzenta (porque o óxido de zinco bloqueia a luz solar) e a mancha M deve ter ficado branca (porque o óleo mineral absorve pouca luz solar), conforme ilustrado na alternativa A.



### Comentários sobre a resolução da questão 7.13.

Para resolver à questão 7.13, o estudante deve:

- ✓ entender as etapas e os objetivos de um procedimento experimental sobre a determinação do fator de proteção solar de uma substância;
- ✓ distinguir "substância de referência" de "substância a ser testada".

### QUESTÃO 7.14

#### Tema. História e indicação da vacinação.

**Questão 7.14 (Pisa).** Leia o artigo e responda às perguntas que seguem.

#### ***A história da vacinação***

*Mary Montagu era uma mulher linda. Ela sobreviveu a um ataque de varíola em 1715, mas isso a deixou coberta de cicatrizes na pele. Enquanto vivia na Turquia, em 1717, ela observou um método chamado de inoculação que era comumente usado lá. Esse tratamento envolvia a raspagem de um tipo fraco de vírus da varíola na pele de jovens saudáveis que haviam ficado doentes, mas, na maioria dos casos, apenas com uma forma leve da doença.*

*Mary Montagu estava tão convencida da segurança dessas inoculações que permitiu que seu filho e sua filha fossem inoculados.*

*Em 1796, Edward Jenner usou inoculações referentes a uma doença relacionada para produzir anticorpos contra a varíola. Em comparação à inoculação da varíola, esse tratamento apresentou menos efeitos colaterais e a pessoa tratada não pode infectar outros. O tratamento tornou-se conhecido como vacinação.*



Available from <<https://www.poetryfoundation.org/poets/lady-mary-wortley-montagu>>. Access Jun. 01 2018.

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

- a)** Em relação a que tipo de doença as pessoas devem ser vacinadas?
- A. Doenças hereditárias, como a hemofilia.
  - B. Doenças causadas por vírus, como a poliomielite.
  - C. Doenças devidas ao mau funcionamento do corpo, como diabetes.
  - D. Qualquer tipo de doença que não tenha cura.

**b)** Qual é a razão para isso?

- A. O corpo "mata" todas as bactérias que podem causar o mesmo tipo de doença.
- B. O corpo produz anticorpos que "matam" esse tipo de bactéria antes de haver multiplicação.
- C. Os glóbulos vermelhos "matam" todas as bactérias que podem causar o mesmo tipo de doença.
- D. Os glóbulos vermelhos capturam e eliminam esse tipo de bactéria do corpo.

**c)** Dê uma razão pela qual é recomendável que crianças pequenas e pessoas idosas, em particular, sejam vacinadas contra a influenza (gripe).

### **Resolução da questão 7.14.**

#### **Item a)**

As pessoas devem ser vacinadas contra doenças ocasionadas por vírus, como a poliomielite, conforme estabelecido na alternativa B. Isso porque a vacinação sensibiliza o sistema imunológico do organismo, o que previne a ocorrência de doenças causadas por bactérias e vírus específicos.

#### **Item b)**

A vacinação é a introdução, em uma pessoa ou em um animal, de uma substância capaz de criar imunidade a determinada doença causada por vírus ou bactéria. A imunidade gerada pela vacina baseia-se na capacidade de o organismo reagir a agentes infecciosos por meio da produção de anticorpos. Logo, a alternativa correta é a B.

#### **Item c)**

Crianças pequenas (entre 6 meses e 5 anos) e pessoas idosas (com 60 anos ou mais) estão nos chamados "grupos prioritários" para o recebimento da vacina contra a influenza (gripe). Isso porque esses grupos são vulneráveis a contraírem a forma mais grave da gripe, que pode evoluir para a pneumonia ou para o óbito, pois têm o sistema imunológico "mais fraco". Logo, a vacinação de crianças e idosos é uma importante medida preventiva na área da saúde pública.

### **Comentários sobre a resolução da questão 7.14.**

Para resolver a questão 7.14, o estudante deve:

- ✓ avaliar os tipos de doenças que podem ser prevenidos pela vacinação;
- ✓ compreender o mecanismo pelo qual a vacinação é efetivada;
- ✓ justificar a vacinação prioritária de crianças pequenas e idosos contra a gripe.

### QUESTÃO 7.15.

#### Tema. Roupas inteligentes para crianças com deficiência de fala.

**Questão 7.15 (Pisa – com adaptações).** Leia o texto e responda às perguntas.

#### **Roupas inteligentes**

Uma equipe de cientistas britânicos está desenvolvendo roupas inteligentes, que proporcionam o poder do discurso a crianças com deficiência de fala. Essas crianças, ao usarem coletes feitos de um exclusivo material eletrotêxtil, ligados a um sintetizador de fala, poderão ser entendidas simplesmente tocando no material sensível ao toque.

O material é composto de um tecido convencional e de uma engenhosa malha de fibras impregnadas de carbono que podem conduzir eletricidade. Quando se aplica pressão ao tecido, o padrão de sinais que passa através das fibras condutoras é alterado, e um chip de computador pode detectar onde o tecido foi tocado. Isso desencadeia uma reação em qualquer dispositivo eletrônico de saída de som anexado ao colete, menor do que duas caixas de fósforos.

'O bit inteligente é a forma de onda que se estabelece em um tecido e, como são enviados sinais através dele, podemos tecê-lo nas próprias roupas, sem que isso seja visível', diz um dos cientistas.

Sem ser danificado, o material pode ser lavado, enrolado em torno de objetos ou arranhado. O cientista também afirma que esse tecido pode ser produzido em série de forma barata.

**Fonte.** Steve Farrer, 'Interactive fabric promises a material gift of the garb', *The Australian*, 10 August 1998 (com adaptações).

Com base na situação exposta, responda aos itens a seguir.

**a)** As afirmações feitas no texto podem ser testadas por meio de investigação científica realizada em laboratório? Marque "Sim" ou "Não" para cada uma das situações do quadro.

<b>O material pode ser...</b>	<b>A análise pode ser feita por meio de investigação científica em laboratório?</b>
• lavado sem sofrer danos.	"Sim"/"Não"
• enrolado em torno de objetos sem sofrer danos.	"Sim"/"Não"
• arranhado sem sofrer danos.	"Sim"/"Não"
• produzido em massa de forma barata.	"Sim"/"Não"

**b)** Qual equipamento de laboratório seria um dos que você precisaria utilizar para verificar se o tecido está conduzindo eletricidade?

- A. Amperímetro.
- B. Caixa de luz.
- C. Micrômetro C.
- D. Medidor de som.

### Resolução da questão 7.15.

#### Item a)

Características relativas ao comportamento “físico” do material podem ser investigadas em laboratório. Já questões relativas a custos dependem de avaliações financeiras e de marketing, por exemplo.

Logo, temos as respostas do quadro a seguir.

O material pode ser...	A análise pode ser feita por meio de investigação científica em laboratório?
• lavado sem sofrer danos.	“Sim”/“Não”
• enrolado em torno de objetos sem sofrer danos.	“Sim”/“Não”
• arranhado sem sofrer danos.	“Sim”/“Não”
• produzido em massa de forma barata.	“Sim”/“ <u>Não</u> ”

#### Item b)

O amperímetro, indicado na alternativa A, é o equipamento de laboratório que mede a intensidade da corrente elétrica que passa por um condutor.

### Comentários sobre a resolução da questão 7.15.

Para resolver à questão 7.15, o estudante deve:

- ✓ compreender o conteúdo de um texto sobre tecidos inteligentes que podem ajudar crianças com deficiências de fala;
- ✓ verificar características relativas a um material que podem ser investigadas em laboratório;
- ✓ identificar um dispositivo que mede a intensidade da corrente elétrica.

### QUESTÃO 7.16.

#### Tema. Calçados especialmente destinados a esportistas.

**Questão 7.16 (Pisa – com adaptações).** Leia o texto a seguir.

#### ***Sinta-se bem em seus tênis de corrida.***

*Durante 14 anos, o Centro de Medicina Esportiva de Lyon (França) tem estudado lesões nos membros inferiores de jovens jogadores e profissionais esportivos. O estudo estabeleceu que o melhor curso é a prevenção ... e bons sapatos.*



### **Batidas, quedas e desgaste**

Dezoito por cento de praticantes de esportes com idades de 8 a 13 já tiveram ferimentos no calcanhar. A cartilagem do tornozelo de futebolistas não responde bem aos choques, e 25% desses profissionais descobriram por si próprios que esse é um ponto fraco. A delicada cartilagem da junta do joelho também pode sofrer danos irreparáveis se não forem tomados cuidados com crianças de 10 a 12 anos: isso pode ser causa de osteoartrites prematuras. O quadril também não escapa desses danos, particularmente em jogadores que correm elevado risco de fraturas como consequência de quedas ou colisões.

De acordo com estudos, futebolistas que tenham jogado por mais de 10 anos têm desfechos ósseos na tíbia ou no calcanhar, problema conhecido como "pé de futebolista", uma deformidade causada por calçados com solas e peças de tornozelo muito flexíveis.

### **Proteger, apoiar, estabilizar e absorver**

Se um calçado é muito rígido, ele restringe os movimentos. Se um calçado é muito flexível, ele aumenta o risco de lesões e entorses. Um bom calçado para a prática de esportes deve seguir quatro critérios.

Primeiramente, ele precisa promover proteção externa, resistindo a pancadas de bolas ou a chutes de outros jogadores, lidando com desníveis do solo e mantendo o pé quente e seco mesmo quando estiver frio e chovendo.

Ele precisa oferecer apoio ao pé, em particular no que se refere à articulação do tornozelo, para evitar entorses, inchaço e outros problemas que podem até afetar o joelho.

Ele precisa prover os jogadores com boa estabilidade, para que eles não escorregem em um terreno molhado ou deslizem em uma superfície muito seca.

Finalmente, ele precisa absorver choques, especialmente os sofridos por jogadores de vôlei ou de basquete, que pulam constantemente.

### **Pés secos**

Para evitar outros problemas que causam dor, como bolhas ou pé de atleta (infecções por fungos), o sapato deve permitir a evaporação da transpiração e evitar a entrada de umidade externa. O material ideal para isso é o couro, que impede o sapato de ficar internamente molhado quando chove.

Com base no exposto, responda aos itens a seguir.

**a)** O que o autor pretende mostrar no texto?

- A. Que a qualidade de muitos sapatos esportivos melhorou muito.
- B. Que a melhor faixa etária para se jogar futebol é abaixo dos 12 anos de idade.
- C. Que o jovem está sofrendo cada vez mais ferimentos em virtude da sua má condição física.
- D. Que é muito importante que os jovens jogadores usem bons sapatos esportivos.

**b)** De acordo com o texto, por que os sapatos esportivos não devem ser muito rígidos?

c) Uma parte do artigo diz: "Um bom sapato esportivo deve atender a quatro critérios".

Quais são esses critérios?

d) Reveja o trecho final do artigo, apresentado, a seguir, em duas partes.

**Primeira parte.**

*"Para evitar outros problemas que causam dor, como bolhas ou pé de atleta (infecções por fungos)..."*

**Segunda parte.**

*"...o sapato deve permitir a evaporação da transpiração e evitar a entrada de umidade externa".*

Qual é a relação entre a primeira e a segunda partes da frase?

A segunda parte

- A. contradiz a primeira parte.
- B. repete a primeira parte.
- C. ilustra o problema descrito na primeira parte.
- D. fornece a solução para o problema descrito na primeira parte.

**Resolução da questão 7.16.**

**Item a)**

O autor pretende mostrar a importância de jovens jogadores usarem bons sapatos esportivos, a fim de evitarem lesões e outros problemas decorrentes da prática esportiva. Logo, a alternativa correta é a D.

**Item b)**

De acordo com o texto, *"se um calçado é muito rígido, ele restringe os movimentos"*.

**Item c)**

De acordo com o texto, *"um bom sapato esportivo deve atender a quatro critérios"*, citados a seguir.

- Promover proteção externa contra pancadas de bolas ou chutes de jogadores.
- Oferecer apoio ao pé, para evitar entorses, inchaço e outros problemas.
- Fornecer boa estabilidade, para que os jogadores não escorregem em terrenos molhados ou deslizem em superfícies secas.
- Absorver choques, especialmente os sofridos por atletas que pulam constantemente.

**Item d)**

A segunda parte da frase ("*...o sapato deve permitir a evaporação da transpiração e evitar a entrada de umidade externa*") fornece a solução para o problema descrito na primeira parte ("*para evitar outros problemas que causam dor, como bolhas ou pé de atleta...*"). Logo, a alternativa correta é a D.

**Comentários sobre a resolução da questão 7.16.**

Para resolver à questão 7.16, o estudante deve:

- ✓ compreender a ideia principal de um texto;
- ✓ identificar os critérios que devem ser atendidos por "um bom sapato esportivo";
- ✓ entender a relação entre a primeira parte e a segunda parte de uma frase.

Christiane Mazur Doi

## CAPÍTULO 8. Indicações bibliográficas e links consultados.

- OECD (2001), *Knowledge and Skills for Life – First Results from PISA 2000*. Acesso em Maio, 2017, em <https://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33691620.pdf>.
- OECD (2003), *2003 First PISA Assessment Together with 28 OECD Countries in 2000*. Acesso em Junho, 2017, em <http://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33690591.pdf>.
- OCDE (2005), *PISA 2003 Technical Report*. Acesso em Outubro, 2016, em <https://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/35188570.pdf>.
- OCDE (2007), *PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World*. Acesso em Outubro, 2016, em <https://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/39725224.pdf>.
- OECD (2010), *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science*. Acesso em Outubro, 2016, em <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/48852548.pdf>.
- OECD (2014), *PISA 2012 Results in Focus: What 15-year-olds Know and What They Can Do with What They Know*. Acesso em Outubro, 2016, em <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf>.
- OCDE (2016), *PISA 2015 Results in Focus*. Acesso em Dezembro, 2016, <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf>.
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_reading.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_reading.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_financial.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_financial.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_math.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_math.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_math2012.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_math2012.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_reading.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_reading.pdf)>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items\\_science.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items_science.pdf)>
- <<https://www.oecd.org/pisa/38709418.pdf>>
- <[https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2\\_solving.pdf](https://nces.ed.gov/surveys/pisa/pdf/items2_solving.pdf)>



*Agradeço os dons graciosamente recebidos de Deus.*

*Agradeço o carinho, o apoio e o incentivo recebidos da minha família.*

*Agradeço a constante motivação recebida dos amigos.*

*Agradeço a leitura e as colaborações recebidas de Fabíola Mariana Aguiar  
Ribeiro, Jamilson José Alves da Silva, Jefferson Lécio Leal, Tânia Sandroni e  
Tiago Guglielmeti Correale.*

***Christiane Mazur Doi***

***ES***